1. गुरुत्वाकर्षण

- गुरुत्वाकर्षण
- केपलर का नियम
- पृथ्वी का गुरूत्वीय त्वरण
- मुक्त वेग
- गुरूत्वीय बल व अभिकेंद्री बल
- न्यूटन का वैश्विक गुरुत्वाकर्षण का सिद्धांत
- मुक्त पतन

थोड़ा याद कीजिए

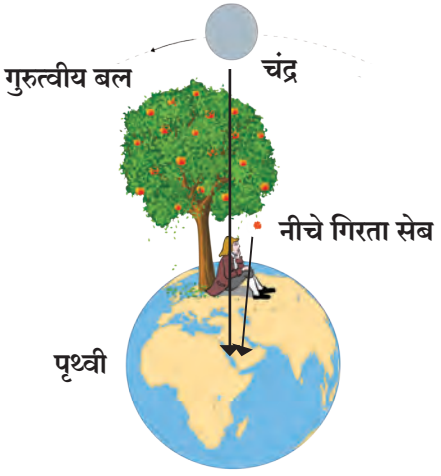
1. किसी पिंड़ पर बल लगाने से कौन-सा परिणाम होता है?
2. आपको बल के कौन-कौन से प्रकार ज्ञात है?
3. गुरूत्वाकर्षण बल के बारे में आप क्या जानते हैं?

गुरुत्वाकर्षण बल एक वैश्विक बल है जो केवल पृथ्वी पर स्थित दो पिंडों के बीच ही नहीं अपितु किन्ही भी दो खगोलीय पिंडों के बीच भी प्रयुक्त होता है, यह हमनें कक्षा आठवीं में पढ़ा ही है । इस बल की खोज कैसे हुई, उसे हम जानेगें ।

गुरुत्वाकर्षण (Gravitation)

सर आयझॅक न्यूटन ने गुरुत्वाकर्षण की खोज की, यह आपको पता ही है । ऐसा कहा जाता है कि वृक्ष से नीचे गिरता हुआ सेब देखने के कारण उन्होंने यह खोज की । उन्होने सोचा कि सभी सेब (लंबवत दिशा में) सीधे नीचे ही क्यों गिरते हैं? तिरछे क्यों नही गिरते? या क्षितिज के समांतर रेखा में क्यों नहीं जाते?

अत्यंत विचारमंथन करने के पश्चात् उन्होंने निष्कर्ष निकाला की पृथ्वी सेब को अपनी ओर आकर्षित करती होगी और इस आकर्षण बल की दिशा पृथ्वी के केंद्र की ओर होगी । वृक्ष के सेब से पृथ्वी के केंद्र की ओर जानेवाली दिशा क्षैतिज के लंबवत होने के कारण सेब वृक्ष से क्षैतिज के लंबवत दिशा में नीचे गिरता है ।



1.1 गुरुत्वाकर्षण बल की कल्पना और सेब एवं चंद्रमा पर लगनेवाला गुरुत्वीय बल

आकृति 1.1 में पृथ्वी पर सेब का एक वृक्ष दिखाया गया है । सेब पर लगनेवाला बल पृथ्वी के केन्द्र की दिशा में होता है अर्थात सेब के स्थान से पृथ्वी के पृष्ठभाग पर लंब होता है । आकृति में चंद्रमां और पृथ्वी के बीच का गुरुत्वाकर्षण बल भी दिखाया गया है । (आकृति में दूरियाँ, पैमाने के अनुसार नहीं दिखाई गई हैं ।)

न्यूटन ने सोचा कि यदि यह बल विभिन्न ऊँचाई पर स्थित सेबों पर प्रयुक्त होता है, तो क्या वह सेबों से बहुत दूर स्थित चंद्रमा जैसे पिंडो पर भी प्रयुक्त होता होगा? इसी प्रकार क्या यह सूर्य, ग्रह जैसे चंद्रमा से भी अधिक दूरी पर स्थित खगोलीय पिंडों पर भी प्रयुक्त होता होगा?

सूचना और संचार प्रौद्योगिकी के साथ : विभिन्न ग्रहों के गुरुत्वीय बलों से संबंधित प्रस्तुतिकरणों का संग्रह कीजिए ।

बल व गति (Force and Motion)

किसी पिंड के वेग के परिमाण या गति की दिशा परिवर्तित करने के लिए उसपर बल प्रयुक्त करना आवश्यक होता है, यह हम देख चुके है ।

थोड़ा याद कीजिए न्यूटन के गतिसंबंधी तीन नियम कौन-से हैं ?

वैज्ञानिकों का परिचय

सर आयझॅक न्यूटन (1642-1727) आधुनिक समय के अग्रणी वैज्ञानिक माने जाते हैं । उनका जन्म इंग्लैंड में हुआ था । उन्होंने गति के नियम, गति के समीकरण और गुरुत्वाकर्षण का सिद्धांत अपनी 'Principia' नामक पुस्तक में प्रतिपादित किए । उसके पूर्व केपलर ने ग्रहों की कक्षाओं का वर्णन करनेवाले तीन नियम प्रतिपादित किए थे । परंतु ग्रह इस नियम के अनुसार भ्रमण क्यों करते हैं, इसका कारण नहीं पता था । न्यूटन ने गुरूत्वाकर्षण सिद्धांत का उपयोग करके उस नियम को गणितीय विधि के द्वारा सिद्ध किया । न्यूटन ने प्रकाश, ध्वनि, ऊष्मा और गणित जैसे क्षेत्रों में उल्लेखनीय कार्य किए । उन्होंने गणित की एक नई शाखा की खोज की। कैलक्युलस के नाम से पहचानी जानेवाली इस शाखा का गणित और भौतिकशास्त्र में भी बड़े पैमाने पर उपयोग किया जाता है । न्यूटन परावर्तनक दूरबीन बनानेवाले पहले वैज्ञानिक है ।

वृत्ताकार गति (Circular motion) व अभिकेंद्री बल (Centripetal force)

आओ करके देखें

रस्सी के सिरे पर एक पत्थर बाँधिए । रस्सी का दूसरा सिरा हाथ में पकड़कर नीचे दी गई आकृति में दिखाए अनुसार इस प्रकार घुमाइए कि पत्थर एक वृत्त पर घुमे । उस पत्थर पर क्या आप कुछ बल प्रयुक्त कर रहे हैं ? उसकी दिशा कौन सी है? यह बल प्रयुक्त न होने के लिए आप क्या करेगे? और ऐसा करने पर पत्थर पर क्या प्रभाव पडेगा?

जब तक हमने रस्सी को पकड़ कर रखा है तब तक हम उस पत्थर को अपनी ओर, अर्थात वृत्त के केन्द्र की ओर खींचते हैं, इसका अर्थ यह है कि पत्थर पर कक्षा के केंद्र की दिशा में बल प्रयुक्त कर रहे हैं । हमने रस्सी छोड़ दी तो पत्थर पर हमारे द्वारा लगाया गया बल समाप्त हो जाएगा । उस क्षण वृत्त पर पत्थर के स्थान पर स्थित स्पर्शरेखा की दिशा में पत्थर फेंका जाता है क्योंकि उस क्षण वह उसके वेग की दिशा होती है । आपको याद होगा कि हमने ऐसी ही एक कृति हम पहले कर चुके हैं, उसमें एक गोल घुमनेवाली चकती (Disk) पर रखा 5 रुपए का सिक्का स्पर्शरेखा की दिशा में फेंका जाता है । वृत्ताकार कक्षा में घुमनेवाले किसी पिंड पर वृत्त के केंद्र की दिशा में बल प्रयुक्त होता है, यह उपर्युक्त कृतिद्वारा समझ में आता है । इस बल को अभिकेन्द्रीबल (Centripetal force) कहते हैं । इसी बल के कारण पिंड़ केन्द्र की ओर जाने के लिए प्रवृत्त होता है ।

अ.

आ.

1.2 वृत्ताकार कक्षा में घूमनेवाली रस्सी से बांधा गया पत्थर और स्पर्शरेखा की दिशा में उसका वेग ।

आपको पता ही है कि पृथ्वी का प्राकृतिक उपग्रह चंद्रमा एक विशेष कक्षा में पृथ्वी के परितः परिभ्रमण करता है । अर्थात् उसकी दिशा और वेग निरंतर बदलता रहता है । तो क्या उसपर कोई बल सतत प्रयुक्त होता होगा? इस बल की दिशा कौनसी होगी? यदि ऐसा नहीं होता तो चंद्रमा की गति कैसी होती? क्या हमारे सौरमंडल के अन्य ग्रह सूर्य के परितः ऐसे ही भ्रमण करते हैं? क्या उनपर भी ऐसा ही बल प्रयुक्त होता है ? उसकी दिशा कौनसी होगी?

पिछली कृति, उदाहरण और प्रश्नों पर विचार करने से यह स्पष्ट होता है कि, चंद्रमा भी पृथ्वी के परितः परिभ्रमण करनेवाला पिंड है । चंद्रमा को पृथ्वी के परितः उसकी कक्षा में घूमते हुए रखने के लिए उसपर बल प्रयुक्त होना आवश्यक है और यह बल पृथ्वी ही प्रयुक्त करती होगी और चंद्रमा को अपनी ओर आकर्षित करती होगी । इसी प्रकार सूर्य भी पृथ्वी के साथ अन्य सभी ग्रहों को अपनी ओर आकर्षित करता होगा ।

केप्लर का नियम (Kepler's Law)

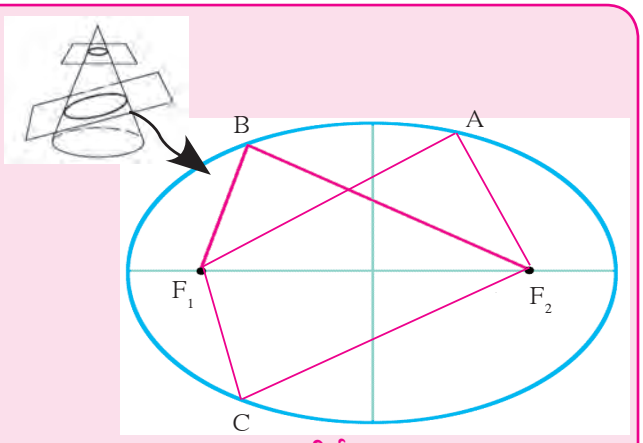
प्राचीन काल से ही मनुष्य ग्रहों की स्थिति का निरीक्षण करते आया है । गैलिलियो के पहले ये निरीक्षण केवल आँखों से ही किए जाते थे । सोलहवीं शताब्दी तक ग्रहों की स्थिति और गतिविषयक बहुतसी जानकारी उपलब्ध हुई थी । योहानस केप्लर नाम के वैज्ञानिक ने इस संपूर्ण जानकारी का अध्ययन किया । उन्हें यह ज्ञात हुआ कि ग्रहों की गति के कुछ विशिष्ट नियम हैं । उन्होंने ग्रहों की गति संबंधी तीन नियम प्रतिपादित किए । केप्लर के नियम नीचे दिए गए है ।

क्या आप जानते हैं?

दीर्घवृत्त का अर्थ होता है किसी शंकू को किसी एक प्रतल द्वारा तिरछा प्रतिच्छेदित करने पर तैयार होने वाली आकृति इसे प्रतलीय दीर्घवृत्त कहते हैं । इसको दो नाभिबिंदु होते है । इन दो नाभिबिंदुओं से वृत्त पर स्थित किसी भी बिंदु की दूरियों का योगफल एकसमान होता है ।

आकृति 1.3 में F_1 और F_2 दो नाभिबिंदु है तथा A, B, C परिधि पर कोई भी बिंदु हो तो

$AF_1 + AF_2 = BF_1 + BF_2 = CF_1 + CF_2$

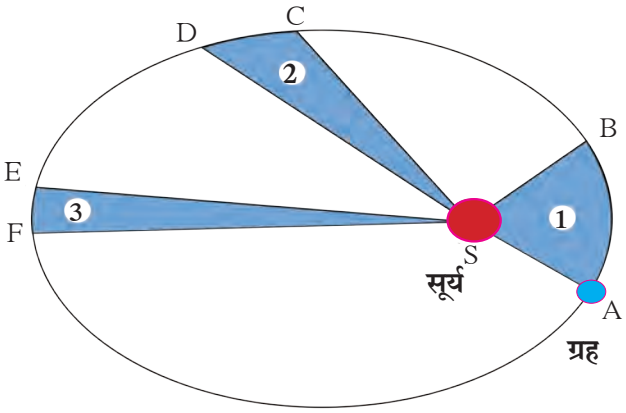


1.3 दीर्घवृत्ताकार कक्षा

केपलर का पहला नियम :

ग्रह की कक्षा दीर्घवृत्ताकार होती है तथा सूर्य उस कक्षा के एक नाभि पर स्थित होता है ।

आकृति में ग्रह की सूर्य के परितः परिभ्रमण की दीर्घवृत्ताकार कक्षा दिखाई गई है । सूर्य की स्थिति S द्वारा दर्शाई गई है ।



1.4 ग्रह की सूर्य के परित परिभ्रमण कक्षा

केप्लर का दुसरा नियम :

ग्रह को सूर्य से जोड़नेवाली रेखा समान समयावधि में समान क्षेत्रफल व्याप्त करती है ।

AB तथा CD ग्रह के द्वारा समान समयावधि में तय की गई दूरियाँ हैं अर्थात् समान समयावधि के पश्चात A तथा C के पास से ग्रह के स्थान B तथा D के द्वारा दिखाए गए हैं । आकृति में AS व CS ये सीधी रेखाएँ एकसमान समयावधि में समान क्षेत्रफल व्याप्त करती है, अर्थात् ASB व CSD यह क्षेत्रफल समान हैं ।

केप्लर का तिसरा नियम :

सूर्य की परिक्रमा करनेवाले ग्रह के आवर्तकाल का वर्ग, ग्रह की सूर्य से औसत दूरी के घन के समानुपाती होता है । अर्थात् यदि ग्रह का आवर्तकाल यह T हो और सूर्य से उसका औसत अंतर r हो, तो

$$T^2 \propto r^3 \text{ अर्थात् } \frac{T^2}{r^3} = \text{स्थिर} = K \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

केपलर ने ये नियम केवल नियमित रूप से निरीक्षण करके ग्रहों के स्थानों का मापन करके खोजे । ग्रह इन नियमों का पालन करते हैं, इसका कारण उन्हें ज्ञात नहीं था । गुरुत्वाकर्षण का नियम प्रतिपादित करते समय केपलर के नियम किस प्रकार सहायक हुए, यह हम आगे देखनेवाले हैं ।

थोड़ा सोचिए

आकृति 1.4 में ESF यह क्षेत्रफल ASB के समान हो तो EF के बारे में क्या कहा जा सकता है?

न्यूटन का वैश्विक गुरुत्वाकर्षण का नियम (Newton's Universal law of Gravitation)

उपर्युक्त सभी निरीक्षणों और केपलर के नियम को ध्यान में रखकर न्यूटन ने वैश्विक गुरुत्वाकर्षण का सिद्धांत प्रतिपादित किया। सिद्धांत के अनुसार विश्व का प्रत्येक पिंड अन्य प्रत्येक पिंड को निश्चित बल द्वारा आकर्षित करता है। यह बल आकर्षित करनेवाले पिंडों के द्रव्यमानों के गुणनफल के समानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के प्रतिलोमानुपाती होता है।

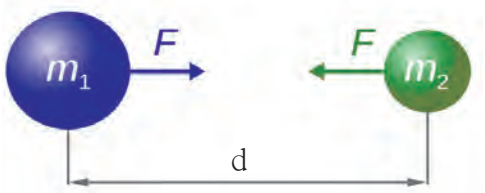
वैज्ञानिकों का परिचय

जोहानेस केप्लर (1571– 1630) एक जर्मन खगोल वैज्ञानिक और गणितज्ञ थे। सन् 1600 में वे प्राग के टायको ब्राहे नामक प्रसिद्ध खगोल वैज्ञानिक के सहायक के रूप में कार्य करने लगे।

सन 1601 में टायको ब्राहे के आकस्मिक निधन के बाद केप्लर को उनका उत्तराधिकारी नियुक्त किया गया। ब्राहे द्वारा किए गए ग्रहों के निरीक्षणों का उपयोग करके केपलरने ग्रहों की गति के नियम को खोजा। उन्होंने खगोलशास्त्र पर विविध पुस्तकें लिखी। उनका कार्य न्यूटन को गुरुत्वाकर्षण नियम खोजने के लिए उपयोगी सिद्ध हुआ।

आकृति में m_1 तथा m_2 द्रव्यमान वाले दो पिंड दिखाए गए हैं तथा d उनके बीच की दूरी है।

आकृति में दिखाए गए दो पिंडों के बीच गुरुत्वाकर्षण बल F को गणितीय भाषा में, निम्नानुसार लिखा जाता है।



1.5 दो पिंडों के मध्य लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल

$$F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2} \quad \text{मतलब} \quad F = G\frac{m_1 m_2}{d^2} \quad \ldots\ldots (2)$$

G एक स्थिरांक है जिसे वैश्विक गुरुत्वीय स्थिरांक कहा जाता है।

दोनों पिंडों में से यदि एक पिंड का द्रव्यमान दोगुना करें तो इस नियम के अनुसार गुरुत्वाकर्षण बल दोगुना हो जाएगा। उसी प्रकार यदि उन दोनों पिंडों के मध्य की दूरी को दोगुना करें तो बल एक चौथाई हो जाएगा। यदि दोनों पिंड गोलीय होंगे तो उनके मध्य लगनेवाला बल केन्दों को जोड़नेवाली रेखा की दिशामे होगा। उस रेखाखंड़ की लंबाई को उनके बीच की दूरी माना जाता है। यदि वे पिंड गोल या नियमित आकार (Regular shape) के नहीं है तो बल उनके पिंडों के द्रव्यमान केन्द्रों को जोड़नेवाले रेखाखंड की दिशा में होता है तथा d के लिए उस रेखाखंड की लंबाई ली जाती है।

समीकरण (2) से स्पष्ट होता है कि G का मान इकाई द्रव्यमान तथा इकाई दूरी पर स्थित दो पिंडों के गुरुत्वीय बल का मापन करने पर प्राप्त होगा। अर्थात् SI प्रणाली में G का मान दो 1 kg द्रव्यमान तथा एकदूसरे से 1m दूरी पर स्थित पिंडों के बीच के गुरुत्वाकर्षण बल के मान के बराबर होगा।

थोड़ा सोचिए

सिद्ध कीजिए कि SI प्रणाली में G की इकाई Nm^2/kg^2 है। सर्वप्रथम हेनरी कॅवेण्डिश नामक वैज्ञानिक ने प्रयोग करके G के मान का मापन किया। SI प्रणाली में वह 6.673×10^{-11} Nm^2/kg^2 हैं।

किसी पिंड का द्रव्यमान केन्द्र उस पिंड के अंदर या बाहर वह बिंदु होता है जिसमें पिंड़ का संपूर्ण द्रव्यमान केन्द्रित होता है । समान घनत्व वाले गोलीय पिंड का भूमितीय केन्द्र ही उसका द्रव्यमान केन्द्र होता है । समान घनत्व वाले किसी भी पिंड़ का द्रव्यमान उसके केन्द्रक (Centroid) पर केंद्रित होता है ।

गुरुत्वाकर्षण नियम बताते समय, बल दूरी के वर्ग के प्रतिलोमानुपाती होता है ऐसा प्रतिपादन न्यूटनने किस आधार पर किया ? इसके लिए उन्होंने केप्लर के तीसरे नियम की सहायता ली । कैसे वह हम आगे देखेंगे ।

एक समान वृत्ताकार गति / अभिकेन्द्री बल का परिमाण

(Unifrom circular motion/Effect of centripetal force)

यदि कोई पिंड एकसमान वृत्ताकार गति से गतिमान है, तो हमने देखा है कि इस प्रकार गतिमान पिंड के केन्द्र की ओर निर्देशित अभिकेन्द्री बल प्रयुक्त होता है । इस पिंड का द्रव्यमान m द्वारा कक्षा की त्रिज्या r द्वारा और उसका वेग V द्वारा दर्शाया जाए तो इस बल का परिमाण $\frac{mv^2}{r}$ होगा । यह गणितीय संक्रियाओं के द्वारा दिखाया जा सकता है ।

यदि कोई एक ग्रह वृत्ताकार कक्षा में सूर्य की परिक्रमा करता है तो सूर्य की दिशा में प्रयुक्त होनेवाला अभिकेन्द्रकी बल $F = mv^2/r$ होना चाहिए । यहाँ m ग्रह का द्रव्यमान, v उसका वेग और r यह ग्रह के वृत्ताकार कक्षा की त्रिज्या अर्थात् ग्रह की सूर्य से दूरी है । उसका वेग हम उसके आवर्तकाल (T) अर्थात् सूर्य के परितः एक परिक्रमा करने की समयावधि और त्रिज्या का उपयोग करके ज्ञात कर सकते हैं ।

$$\text{वेग} = \frac{\text{तय की गई दूरी}}{\text{उसके लिए लगा समय}}$$

ग्रह द्वारा एक परिक्रमा में तय की गई दूरी = वृत्त की परिधि $2\pi r$; r = सूर्य से दूरी

उसके लिए लगा हुआ समय = आवर्त काल = T

$$v = \frac{\text{वृत्त की परिधि}}{\text{आवर्त काल}} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{m\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{4m\pi^2 r}{T^2}$$, इसे r^2 से गुणा करने पर तथा भाग देने पर हमें प्राप्त होता है कि,

$F = \frac{4m\pi^2}{r^2}\left(\frac{r^3}{T^2}\right)$ केप्लर के तीसरे नियमानुसार $\frac{T^2}{r^3} = K$ यह अचर होता है ।इसलिए $F = \frac{4m\pi^2}{r^2 K}$

परंतु $\frac{4m\pi^2}{K}$ = अचर, इसलिए $F \propto \frac{1}{r^2}$

अर्थात् सूर्य और ग्रह के बीच का अभिकेन्द्री बल जो कि ग्रह के परिभ्रमण के लिए कारणीभूत होता है वह उनके बीच की दूरी के वर्ग के प्रतिलोमानुपाती होता है । यही गुरुत्वीय बल होता है तथा वह दूरी के वर्ग के प्रतिलोमानुपाती होता है, ऐसा न्यूटन ने निष्कर्ष निकाला । गुरुत्वाकर्षण बल प्रकृति के अन्य बलों की तुलना में अत्यंत क्षीण होता है परंतु वह संपूर्ण विश्व का नियंत्रण करता है और विश्व का भविष्य निश्चित करता है । ग्रह, तारे व विश्व के अन्य घटकों के प्रचंड द्रव्यमान के कारण यह संभव हुआ है ।

थोड़ा सोचिए

टेबल पर रखी दो वस्तुओं या आप और आपके पडोस में बैठे आपके दोस्त के बीच गुरुत्वीय बल होगा क्या ? यदि होगा तो आप दोनों एक दूसरे की ओर क्यों नहीं सरकते ?

हल किए गए उदाहरण

उदाहरण 1. महेंद्र और विराट 1 m की दूरी पर बैठे हैं । उनके द्रव्यमान क्रमशः 75 और 80 kg हैं । उनके बीच गुरुत्वीय बल कितना होगा ?

दत्त :

$r = 1\ m$, $m_1 = 75\ kg$, $m_2 = 80\ kg$ व $G = 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$

न्यूटन के सिद्धांत के अनुसार,

$$F = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$$

$$F = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 75 \times 80}{1^2}\ N$$

$$= 4.002 \times 10^{-7}\ N$$

महेंद्र और विराट के बीच गुरुत्वीय बल 4.002×10^{-7} N होगा ।

यह बल नगण्य है । यदि महेंद्र और जिस बेंच पर वह बैठा है, उनके बीच का घर्षण बल शून्य हो तो इस गुरुत्वीय बल के कारण महेंद्र विराट की ओर सरकेगा । उसका त्वरण और उसके सरकने का वेग हम न्यूटन के समीकरणों का उपयोग करके ज्ञात कर सकते हैं ।

उदाहरण 2. उपर्युक्त उदाहरण में महेंद्र की बेंच घर्षणरहित होगी तो विरामावस्था से शुरू होने पर 1 सेकंड के बाद महेंद्र का विराट की ओर सरकने का वेग कितना होगा ? क्या वह वेग समयानुसार बदलेगा और कैसे ?

दत्त :

महेंद्रपर प्रयुक्त बल = $F = 4.002 \times 10^{-7}$ N,

महेंद्र का द्रव्यमान = $m = 75$ kg.

न्यूटन के दूसरे नियमानुसार महेंद्र के ऊपर बल के कारण होनेवाला त्वरण = a

$$a = \frac{F}{m} = \frac{4.002 \times 10^{-7}}{75} = 5.34 \times 10^{-9}\ m/s^2$$

न्यूटन के पहले समीकरण का उपयोग करके महेंद्र का 1 सेकंड़ बाद का वेग ज्ञात कर सकते हैं ।

इस समीकरण के अनुसार

$$v = u + a\,t$$

प्रारंभ में महेंद्र बेंच पर बैठा हुआ होने के कारण उसका प्रारंभिक वेग 0 ($u = 0$) है । उसका बेंच घर्षणरहित है, ऐसा मानने पर,

$$v = 0 + 5.34 \times 10^{-9} \times 1\ m/s$$

महेंद्र का 1 सेकंद के बाद का वेग = 5.34×10^{-9} m/s

यह अत्यंत धीमा वेग है और वह भी घर्षण के अभाव में ही संभव है, यह तुम्हें पता चलाही होगा । यह वेग त्वरण के कारण बढ़ता जाएगा । उसी प्रकार समयानुसार महेंद्र विराट के समीप सरकने के कारण उनके बीच की दूरी कम होती जाएगी। गुरुत्वाकर्षण के नियमानुसार गुरुत्वीय बल बढ़ते जाएगा और उस कारण, न्यूटन के दूसरे नियमानुसार त्वरण भी बढ़ते जाएगा ।

थोड़ा सोचिए

उदाहरण 2 में महेंद्र का त्वरण स्थिर रखने पर वेगानुसार उसे विराट तक सरकने के लिए कितना समय लगेगा ?

क्या आप जानते हैं ?

समुद्र में नियमित रूप से आनेवाले ज्वार और भाटे के बारे में आपको पता ही है । किसी किनारे के समुद्र के पानी का स्तर दिनभर में नियमित समयावधि के बाद दो बार बढ़ता है और कम होता है । भिन्न-भिन्न स्थानोंपर ज्वार-भाटें का समय भिन्न होता है । समुद्र के जल का स्तर चंद्रमा के गुरुत्वीय बल के कारण बदलता है । इस बल के कारण चंद्रमा की दिशा में स्थित पानी ऊपर उठता है, इस कारण उस स्थान पर ज्वार आता है आकृति 1.6 में दर्शाये अनुसार उस स्थान से पृथ्वी के 90^0 अक्ष के कोण पर स्थित पृथ्वी के स्थान पर पानी का स्तर कम होता है और वहाँ भाटा आता है ।

1.6 ज्वार-भाटें की स्थिती

भूगोल विषय की पाठ्यपुस्तक से ज्वार-भाटे के बारे में अधिक जानकारी प्राप्त कीजिए । पिकनिक के लिए समुद्र के किनारे जानेपर एक ही स्थान पर ज्वार भाटे का निरीक्षण कीजिए । छायाचित्र खीचें तथा उनकी प्रदर्शनी लगाइए ।

पृथ्वी का गुरुत्वीय बल (Earth's Gravitation force)

क्षैतिज के लंबवत दिशा में सीधा ऊपर फेकें गए पत्थर का वेग क्या एकसमान होगा, या वह समयानुसार बदलेगा? किस प्रकार बदलेगा? वह पत्थर सतत ऊपर क्यों नहीं जाता? थोडी ऊँचाई पर जाकर वह पुनः नीचे क्यों आता है? उसकी अधिकतम ऊँचाई किसपर निर्भर होती है?

पृथ्वी उसके समीप के सभी पिंडों को गुरुत्वीय बल से अपनी ओर आकर्षित करती है । पृथ्वी का द्रव्यमानकेंद्र उसका केंद्रबिंदू होता है इसलिए किसी भी पिंड पर पृथ्वी का गुरुत्वीय बल पृथ्वी के केंद्र की दिशा में होता है । अतः इस बल के कारण वस्तु क्षैतिज के लंब दिशा में नीचे गिरती है । इसी प्रकार जब हम कोई पत्थर क्षितिजलंब दिशा में सीधे ऊपर फेंकते हैं तब यही बल उसे नीचे खींचता है और उसका वेग कम करता है । निरंतर प्रयुक्त होनेवाले इस बल के कारण पत्थर का वेग कुछ समय के पश्चात् शून्य हो जाता है उसी बल के कारण पत्थर नीचे, पृथ्वी के केंद्र की ओर जाने लगता है ।

हल किए गए उदाहरण

उदाहरण 1 : महेंद्र पर होनेवाले गुरुत्वीय बल का परिमाण ज्ञात करो ।

दत्त :

पृथ्वी का द्रव्यमान = $m_1 = 6 \times 10^{24}$ kg

पृथ्वी की त्रिज्या $R = 6.4 \times 10^6$ m

महेंद्र का द्रव्यमान = $m_2 = 75$ kg

$G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2

गुरुत्वीय बल के सिद्धांत के अनुसार महेंद्र पर लगनेवाला पृथ्वी का गुरुत्वीय बल

$$F = \frac{G m_1 m_2}{R^2}$$

$$F = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 75 \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6)^2} \text{ N} = 733 \text{ N}$$

यह बल महेंद्र और विराट के बीच के गुरुत्वीय बल का 1.84×10^9 गुना है ।

उदाहरण 2 : विरामास्था से शुरू करके, पृथ्वी के गुरुत्वीय बल के कारण, 1 सेकंड के बाद महेंद्र का वेग कितना होगा?

दत्त :

महेंद्र का प्रारंभिक वेग $u = 0$,

उसपर गुरुत्वीय बल = $F = 733$ N

महेंद्र का द्रव्यमान = $m = 75$ kg

$t = 1$ s

महेंद्र का द्रव्यमान $a = \frac{F}{m} = \frac{733}{75}$ m/s^2

$= 9.77$ m/s^2

न्यूटन के पहले नियम के अनुसार

$v = u + a t$

महेंद्र का 1 सेकंड़ के पश्चात का वेग

$v = 0 + 9.77 \times 1 = 9.77$ m/s

यह वेग पृष्ठ 6 पर उदाहरण 2 के महेंद्र के वेग का 1.83×10^9 गुना है ।

थोड़ा सोचिए

न्यूटन के सिद्धांत के अनुसार प्रत्येक पिंड़, प्रत्येक अन्य पिंडों को आकर्षित करता है। अर्थात पृथ्वी सेब को अपनी ओर आकर्षित करती है उसी प्रकार सेब भी पृथ्वी को उतने ही बल से अपनी ओर आकर्षित करता है । फिर सेब पृथ्वी पर क्यों गिरता है, पृथ्वी सेब की ओर क्यों नहीं सरकती?

पृथ्वी का गुरुत्वीय बल चंद्रमा पर प्रयुक्त होने के कारण चंद्रमा पृथ्वी के परितः परिक्रमा करता है । पृथ्वी की परिक्रमा करनेवाले कृत्रिम उपग्रहों के लिए भी यही घटित होता है । चंद्रमा पर भी यह बल प्रयुक्त होने के कारण चंद्रमा पृथ्वी के परितः परिक्रमा करता है । पृथ्वी का परिभ्रमण करने वाले कृत्रिम उपग्रहों के लिए भी यही घटित होता है । चंद्रमा और कृत्रिम उपग्रह पृथ्वी के परितः परिक्रमा करते हैं, उन्हें पृथ्वी खुद की ओर आकर्षित करती है वे सेब की तरह पृथ्वी पर नहीं गिरते । ऐसा क्यों होता है? ऐसा चंद्रमा और कृत्रिम उपग्रहों की उनकी कक्षाओं में वेग के कारण होता है । यदि यह वेग नहीं होता तो वे पृथ्वी पर गिर गए होते ।

पृथ्वी का गुरुत्वीय त्वरण (Earth's Gravitational acceleration)

पृथ्वी अपने पास के सभी पिंडों पर बल प्रयुक्त करती है । न्यूटन के दूसरे नियम के अनुसार किसी पिंड़ पर प्रयुक्त बल के कारण ही उस पिंड में त्वरण उत्पन्न होता है । इस नियमानुसार पृथ्वी के गुरूत्वीय बल के कारण भी पिंड़ में त्वरण उत्पन्न होता है, जिसे गुरूत्वीय त्वरण कहते है और इसे 'g' अक्षर के द्वारा व्यक्त किया जाता है । त्वरण एक सदिश राशि है । पृथ्वी के गुरूत्वीय त्वरण की दिशा उसके गुरुत्वीय बल के जैसे ही पृथ्वी के केन्द्र की ओर अर्थात् क्षैतिज के लंबवत दिशा में होती है ।

सोचिए

1. यदि पृथ्वी का गुरुत्वाकर्षण न होता तो क्या होता ?
2. G का मान उसके मान का दुगना होता तो क्या होता ?

पृथ्वी के पृष्ठभाग पर g का मान

न्यूटन के नियमानुसार पृथ्वी के केन्द्र से r दूरी पर स्थित m द्रव्यमान वाले पिंड पर गुरुत्वीय बल (F) तथा उस पिंड में उत्पन्न त्वरण (g) को निम्नानुसार ज्ञात किया जा सकता है ।

$F = \frac{G M m}{r^2}$ .....(3) M यह पृथ्वी का द्रव्यमान है ।

$F = m g$ .....(4) समीकरण (3) व (4) से $mg = \frac{G M m}{r^2}$

$g = \frac{G M}{r^2}$ .....(5) यदि पिंड पृथ्वी के पृष्ठभाग पर स्थित होगा तो r = R = पृथ्वी की त्रिज्या, और इसलिए पृष्ठभाग पर g का मान निम्नानुसार होगा ।

$g = \frac{G M}{R^2}$ .....(6) g की SI इकाई m/s^2 है । पृथ्वी का द्रव्यमान 6×10^{24} kg और उसकी त्रिज्या 6.4×10^6 m है । समीकरण (6) में इन मानों को रखने पर

$g = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6)^2} = 9.77\ m/s^2$ ..... (7)

यह त्वरण पृथ्वी के द्रव्यमान M और उसकी त्रिज्या R पर निर्भर करता है अतः वह पृथ्वी के किसी भी पिंड के लिए समान होता है । पिंड़ के किसी भी गुणधर्म पर वह निर्भर नहीं करता है ।

बताइए तो यदि पृथ्वी का द्रव्यमान दो गुना तथा त्रिज्या आधी होती तो g का मान कितना होता ?

'g' के मान मे होनेवाले परिवर्तन

अ. पृथ्वी के पृष्ठभाग पर परिवर्तन : क्या पृथ्वी के पृष्ठभाग के सभी स्थानों पर g का मान समान होता है ? इसका उत्तर 'नही' है । इसका कारण यह है कि पृथ्वी का आकार पूर्णरूप से गोल नहीं है, इसलिए उसके पृष्ठभाग के विभिन्न बिंदुओं की पृथ्वी के केन्द्र से दूरियाँ उन बिंदूओं के स्थानानुसार बदलती है । पृथ्वी के स्वयं के परितः घुमने के कारण उसका आकार ध्रुवों के पास थोड़ा चपटा है और भूमध्य रेखा पर थोड़ा फूला हुआ है, इसलिए पृथ्वी की त्रिज्या ध्रुवों के पास कम और भूमध्य रेखा के पास अधिक होती है । अतः g मान ध्रुवों पर सर्वाधिक अर्थात $9.83\ m/s^2$ है और वहाँ से भूमध्य रेखा की ओर जाते समय उसका मान कम-कम होते जाता है । भूमध्य रेखा पर g का मान सबसे कम अर्थात् $9.77\ m/s^2$ होता है।

ब. पृथ्वी के ऊँचाई के अनुसार परिवर्तन : पृथ्वी के पृष्ठभाग से ऊपर जाते समय बिंदु की केन्द्र से दूरी बढ़ती जाती है और समीकरण (5) के अनुसार g का मान कम होते जाता है । पृथ्वी के पृष्ठभाग से पिंड़ की ऊँचाई पृथ्वी की त्रिज्या की तुलना में बहुत कम होने के कारण उस ऊँचाई के कारण g में होनेवाला परिवर्तन अल्प होता है । उदाहरणार्थ, पृथ्वी की त्रिज्या 6400 km है । पृथ्वी के पृष्ठभाग से 8-10 km ऊँचाई पर उड़ने वाले हवाई जहाज की पृथ्वी के केन्द्र से दूरी 10 km से बढ़ने के कारण g के मान में परिवर्तन नगण्य होता है । परंतु जब हम किसी कृत्रिम उपग्रह का विचार करते हैं तब पृथ्वी के पृष्ठभाग से उसकी ऊँचाई के कारण g के परिवर्तन पर ध्यान देना पड़ता है । कुछ विशिष्ट ऊँचाईयों पर g के मान में होनेवाले परिवर्तन नीचे दी गई तालिका में दिए गए हैं ।

स्थान	पृथ्वी के पृष्ठभाग से ऊँचाई (km)	g (m/s^2)
पृथ्वी का पृष्ठभाग (औसत)	0	9.81
माउंट एव्हरेस्ट	8.8	9.8
माननिर्मित गुब्बारेद्वारा प्राप्त की गई सर्वाधिक ऊंचाई	36.6	9.77
अंतरिक्ष यान की कक्षा	400	8.7
यातायात उपग्रह की कक्षा	35,700	0.225

1.7 'g' के मान में होनेवाले परिवर्तन

क. गहराई के अनुसार परिवर्तन : पृथ्वी के अंदर जाते समय भी g के मान में परिवर्तन होता जाता है । समीकरण (5) के r का मान कम होते जाता है और उस अनुसार g का मान बढ़ना चाहिए, लेकिन पृथ्वी के केन्द्र के पास जाने के कारण पिंड पर गुरूत्वीय बल प्रयुक्त करने वाला पृथ्वी का भाग भी कम होता है , अतः समीकरण (5) में उपयोग में लाए जानेवाले M का मान भी बदलता है । इनके एकत्रित प्रभाव के कारण पृथ्वी के अंदर जाते समय g का मान कम होते जाता है ।

1. पृथ्वी के अंदर जाते समय गुरुत्वाकर्षण बल की दिशा में कुछ अंतर आएगा क्या?
2. पृथ्वी के केन्द्र पर g का मान कितना होगा?

प्रत्येक ग्रह और उपग्रह के द्रव्यमान और त्रिज्या विभिन्न होते हैं और समीकरण (6) के अनुसार उनके पृष्ठभाग पर g के मान भी विभिन्न होते हैं । चंद्रमा का गुरूत्वीय बल पृथ्वी के गुरूत्वीय बल का एक षष्ठांश होता है । इस कारण हम निश्चित बल का उपयोग करके पृथ्वी की अपेक्षा चंद्रमा पर 6 गुना अधिक ऊँची कूद मार सकते हैं ।

द्रव्यमान तथा भार (Mass and Weight)

द्रव्यमान : किसी पिंड़ में समाविष्ट द्रव्य की मात्रा को द्रव्यमान कहते हैं । इसकी SI इकाई किलोग्राम है । द्रव्यमान अदिश राशि है । उसका मान सर्वत्र समान होता है । दूसरे अन्य ग्रह पर भी उसका मान नहीं बदलता । न्यूटन के पहले नियम के अनुसार द्रव्यमान, पिंड़ के जडत्व का गुणात्मक माप है । अर्थात् द्रव्यमान जितना अधिक होगा, जडत्व भी उतना अधिक होगा ।

भार : किसी पिंड को पृथ्वी जिस गुरुत्वीय बल से आकर्षित करती है, उस बल को भार कहते हैं । m द्रव्यमान वाले पिंड़ पर पृथ्वी का गुरुत्वीय बल F समीकरण (4) और (6) से प्राप्त किया जा सकता है ।

$\therefore$ भार, $W = F = mg$ ..... ($g = \frac{GM}{R^2}$)

अर्थात् m द्रव्यमान वाले पिंड का भार mg होता है । भार यह बल होने के कारण उसकी SI इकाई न्यूटन है । इसी प्रकार भार यह बल होने के कारण वह सदिश राशि है । इस बल की दिशा पृथ्वी के केन्द्र की ओर होती है । g का मान सर्वत्र समान न होने के कारण पिंड़ का भार भी स्थान के अनुसार परिवर्तित होता है, परंतु उसका द्रव्यमान सदैव सभी स्थानों पर एकसमान होता है ।

बोलचाल की भाषा में हम 'भार' तथा द्रव्यमान दोनों के लिए ही भार शब्द का उपयोग करते हैं और किसी पिंड़ का भार kg में अर्थात् द्रव्यमान की इकाई में मापते हैं । परंतु जब हम वैज्ञानिक भाषा में ऐसा कहते हैं कि 'राजीव का भार 75 kg हैं' तब हम राजीव का द्रव्यमान बता रहे होते हैं । '75 kg द्रव्यमान पर जितना गुरुत्वीय बल प्रयुक्त होता है उतना राजीव का भार होता है, ऐसा हमें अभिलाषित होता है । राजीव का द्रव्यमान 75 kg होने के कारण पृथ्वी पर उसका भार $F = mg = 75 \times 9.8 = 735$ N होता है । 1 kg द्रव्यमान का भार $1 \times 9.8 = 9.8$ N होता है । हमारे भार मापने के उपकरण हमें द्रव्यमान ही बताते हैं । दुकान का समभुजा तराजु दो भारों और विकल्पतः दो द्रव्यमानों की तुलना करता है ।

थोड़ा सोचिए

1. पृथ्वी के पृष्ठभाग से ऊपर जाने पर क्या आपका भार स्थिर रहेगा?
2. माना कि आप एक ऊँची सीढ़ी पर खड़े हैं पृथ्वी के केन्द्र से आपकी दूरी 2R होने पर आपका भार कितना होगा?

हल किए गए उदाहरण

उदाहरण : यदि किसी व्यक्ती का पृथ्वी पर भार 750 N न्यूटन है तो चंद्रमा पर उसका भार कितना होगा?
(चंद्रमा का द्रव्यमान पृथ्वी के द्रव्यमान का $\frac{1}{81}$ गुना है तथा उसकी त्रिज्या पृथ्वी की त्रिज्या की $\frac{1}{3.7}$ गुना है)

दत्त :

पृथ्वी पर भार = 750 N ,

पृथ्वी के (M_E) तथा चंद्रमा के (M_M) द्रव्यमानों का अनुपात $\frac{M_E}{M_M} = 81$

पृथ्वी के (R_E) और चंद्रमां के (R_M) त्रिज्याओं का अनुपात, $\frac{R_E}{R_M} = 3.7$

माना कि उस व्यक्ति का द्रव्यमान m kg है ।

पृथ्वी पर उसका भार $= m\,g = 750 = \frac{m\,G\,M_E}{R_E^{\,2}}$ $\quad \therefore\ m = \frac{750\,R_E^{\,2}}{(G\,M_E)}$ .....(i)

व्यक्ति का चंद्रमा पर भार = $\frac{m\,G\,M_M}{R_M^{\,2}}$

समीकरण (i) का उपयोग, करके $= \frac{750\,R_E^{\,2}}{(G\,M_E)} \times \frac{G\,M_M}{R_M^{\,2}} = 750\,\frac{R_E^{\,2}}{R_M^{\,2}} \times \frac{M_M}{M_E} = 750 \times (3.7)^2 \times \frac{1}{81} = 126.8$ N

चंद्रमा पर भार पृथ्वी पर के भार का 1/6 गुना होता है । पिंड का चंद्रमा पर भार हम $m\,g_M$ (g_M अर्थात् चंद्रमा पर गुरूत्वीय त्वरण) लिख सकते है, अर्थात् चंद्रमा पर त्वरण, पृथ्वी पर के त्वरण का 1/6 गुना है ।

क्या आप जानते हैं?

गुरुत्वीय लहरें (Gravitational waves)

पानी में पत्थर डालने पर उसमें लहरें निर्मित होती हैं, इसी प्रकार एक रस्सी के दोनों सिरों को पकड़कर हिलाने पर उसपर भी लहरे निर्मित होती हैं, यह आपने देखा ही होगा । प्रकाश भी एक प्रकार की तरंग है, उसे विद्युतचुंबकीय तरंग कहते हैं । गामा किरण, क्ष- किरण, पराबैंगनी किरण, अवरक्त किरण, माइक्रोवेव्ह और रेडिओ तरंग ये सभी विद्युतचुंबकीय तरंग के ही विविध प्रकार हैं । खगोलीय पिंड ये तरंगे उत्सर्जित करते हैं और हम अपने उपकरणों द्वारा उन्हें ग्रहण करते हैं । विश्व के बारे में संपूर्ण जानकारी हमें इन तरंगों के द्वारा प्राप्त हुई है ।

गुरूत्वीय तरंगे एकदम अलग प्रकार की तरंगे हैं, उन्हें अंतरिक्ष काल की तरंगे कहा जाता है । उनके अस्तित्व की संभावना आईनस्टीन 1916 में व्यक्त की थी । ये तरंगें अत्यंत क्षीण होने के कारण उन्हें खोजना अत्यंत कठिन होता है । खगोलीय पिंडों में से उत्सर्जित गुरूत्वीय तरंगों को खोजने के लिए वैज्ञानिकों ने अत्यंत संवेदनशील उपकरणों को विकसित किया है । इसमें LIGO (Laser Interferometric Gravitational Wave Observatory.) प्रमुख है । वैज्ञानिकों ने सन 2016 में आईनस्टाईन की भविष्यवाणी के 100 वर्षों के पश्चात गुरूत्वीय तरंगो की खोज की । इस शोध में भारतीय वैज्ञानिकों का योगदान है । इस शोध के द्वारा विश्व की जानकारी मिलने के लिए एक नया मार्ग खुल गया है ।

मुक्त पतन (Free fall)

करके देखिए !

एक छोटा पत्थर हाथ में पकडिए । उसपर कौन-कौन से बल प्रयुक्त हो रहें हैं? अब उस पत्थर को धीरे से छोड़ दीजिए । आपको क्या दिखाई देगा ? आपके द्वारा छोड़े जाने के बाद पत्थर पर कौनसे बल प्रयुक्त हुए?

हमें ज्ञात है की, पृथ्वी का गुरुत्वीय बल सभी पिंडों पर प्रयुक्त होता है । हमने जब पत्थर हाथ में पकड़ा था तब भी यह बल प्रयुक्त हो ही रहा था परंतु हमारे हाथ के द्वारा विपरित दिशा में लगाए गए बल उसे संतुलित कर रहे थे और वह पत्थर स्थिर था । अपने हाथ द्वारा छोड़ दिए जाने पर केवल गुरुत्वीय बल प्रयुक्त होने के कारण उसके प्रभाव के कारण वह पत्थर नीचे गिरा । जब कोई पिंड केवल गुरुत्वीय बल के प्रभाव के कारण गतिमान हो तो उस गति को मुक्त पतन कहते हैं । अर्थात् पत्थर का मुक्त पतन होता है । मुक्त पतन में प्रारंभिक वेग शून्य होता है और समयानुसार गुरुत्वीय त्वरण के कारण वह बढ़ता जाता है । पृथ्वी पर मुक्त पतन के समय हवा के साथ होने वाले घर्षण के कारण पिंड़ की गति का विरोध होता है और पिंड़ पर उर्ध्वगामी बल भी कार्य करता है अतः यथार्थ रूप, में हवा में मुक्त पतन नहीं हो सकता, वह केवल निर्वात में ही संभव है ।

मुक्त पतन में पिंड का जमीन पर गिरते समय का वेग और उसे लगने वाली समयावधी हम न्यूटन के समीकरणों का उपयोग करके ज्ञात कर सकते हैं । मुक्त पतन के लिए त्वरण g होता है और प्रारंभिक वेग u शून्य होता है, यह मान कर ये समीकरण निम्नानुसार है ।

$$v = g\,t$$

$$s = \frac{1}{2} g\,t^2$$

$$v^2 = 2\,g\,s$$

सीधे ऊपर की ओर फेंके गए पिंड की गति का अध्ययन करते समय g का मान g के स्थान पर $-g$ लेना पड़ेगा क्योंकि इस गति में त्वरण वेग के विपरित दिशा में होता है । g का परिमाण उतना ही होता है परंतु इस त्वरण के कारण पत्थर के वेग में वृद्धि न होकर कमी होती है । चंद्रमा और कृत्रिम उपग्रह भी केवल पृथ्वी के गुरुत्वीय बल के प्रभाव के कारण गतिशील रहते हैं; इस कारण वे भी मुक्त पतन के उदाहरण हैं ।

क्या आप जानते हैं?

पृथ्वी के किसी एक स्थान पर g का मान सभी पिंडों के लिए समान होता है, इसलिए किन्हीं भी दो पिंडों को एक ही ऊँचाई से छोड़ने पर वे एक ही समय पर जमीन पर पहुँचते हैं । उनके द्रव्यमान तथा अन्य किसी भी गुणधर्म का इस समयावधि पर परिणाम नहीं होता है । ऐसा कहा जाता है कि गॅलिलिओ ने लगभग इ.स. 1590 में इटली देश के पीसा शहर में एक प्रयोग किया । दो विभिन्न द्रव्यमानों के गोले वहाँ की झुकी हुई मीनार से एक ही समय नीचे छोड़े तो वे एक ही समय पर जमीन पर गिरते हैं, यह सिद्ध किया ।

यदि हमनें एक भारी पत्थर और एक पंख को ऊँचाई से एक ही समय पर छोड़ा तो भी वे एक ही समय पर जमीन पर पहुँचते हुए नहीं दिखाई देते । पंख के हवा से होने वाले घर्षण के कारण एवं प्रयुक्त होने वाले उर्ध्वगामी बल के कारण पंख तैरते हुए धीरे-धीरे नीचे आता है और जमीन पर देर से पहुँचता है, हवा के द्वारा प्रयुक्त होने वाला बल पत्थर पर प्रभाव करने में कम पड़ता है । तथापि वैज्ञानिकों ने यह प्रयोग निर्वात में करके यह सिद्ध किया कि पत्थर और पंख दोनों पिंड एक ही समय जमीन पर पहुँचते हैं ।

संदर्भ के लिए देखिए : https://www.youtube.com/watch?v=eRNC5kcvINA

उदाहरण 1. एक 3 kg द्रव्यमान का लोहे का गोला 125 mtr ऊँचाई से नीचे गिरा । g का मान10 m/s^2 मानकर, नीचे दी गई राशियों के मान ज्ञात कीजिए ।

(अ) जमीन तक पहुँचने के लिए लगनेवाली समयावधि

(ब) जमीन तक पहुँचते समय उसका वेग

(क) आधे समय में उसकी ऊँचाई

दत्त : लोहे के गोले का द्रव्यमान = m= 3 kg, तय की गई दूरी = s = 125 m, प्रारंभिक वेग = u = 0, त्वरण = a = g = 10 m/s^2

(अ) न्यूटन के दूसरे समीकरण के अनुसार

$$s = u\,t + \frac{1}{2} a\,t^2$$

$$\therefore\ 125 = 0\ t + \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 = 5\ t^2$$

$$t^2 = \frac{125}{5} = 25$$

$$t = 5\ s$$

लोहे का गोला 5 सेकंड में जमीन पर पहुँचेगा ।

(ब) न्यूटन के पहले समीकरण के अनुसार

अंतिम वेग = v = u + a t

= 0 + 10 x 5

= 50 m/s

लोहे के गोले का जमीन पर पहुँचते समय वेग 50 m/s होगा ।

(क) कुल समय का आधा समय = $t = \frac{5}{2} = 2.5\ s$

उस समय लोहे के गोले द्वारा तय की गई दूरी = s

$$s = u\,t + \frac{1}{2} a\,t^2$$

$$s = 0 + \frac{1}{2} 10 \times (2.5)^2 = 31.25\ m.$$

आधे समय में लोहे के गोले की ऊँचाई

= 125−31.25 = 93.75 m

उदाहरण 2. एक टेनिस की गेंद ऊपर फेंकी और वह 4.05 m ऊँचाई तक पहुँचकर नीचे आई । उसका प्रारंभिक वेग कितना होगा ? उसे नीचे आने में कितना समय लगेला? g का मान10 m/s^2.

दत्त :

गेंद का अंतिम वेग = 0

गेंद के द्वारा तय की गई दूरी = 4.05 m

गेंद का त्वरण = a = − g = −10 m/s^2

न्यूटन के तीसरे नियमानुसार

$$v^2 = u^2 + 2\ a\ s$$

$$0 = u^2 + 2\ (-10) \times 4.05$$

$$\therefore\ u^2 = 81$$

u = 9 m/s गेंद का प्रारंभिक वेग = 9 m/s

अब हम गेंद की नीचे आते समय की क्रिया देखेंगे । मानाकि गेंद t समय में नीचे आती है । अब गेंद का प्रारंभिक वेग = 0 m/s, गेंद के द्वारा तय की गई दूरी = 4.05 m और गेंद का वेग और उसका त्वरण एक ही दिशा में होने के कारण, a = g = 10 m/s न्यूटन के दूसरे समीकरण के अनुसार

$$s = u\,t + \frac{1}{2} a\,t^2$$

$$4.05 = 0 + \frac{1}{2} 10\ t^2$$

$$t^2 = \frac{4.05}{5} = 0.81\ ,\quad t = 0.9\ s$$

गेंद को नीचे आने के लिए 0.9 सेकंड लगेंगे । उसे ऊपर जाने के लिए भी उतना ही समय लगेगा ।

गेंद को लगनेवाला कुल समय = 2 x 0.9 = 1.8 s

थोड़ा सोचिए

न्यूटन के गुरूत्वाकर्षण नियम के अनुसार अधिक द्रव्यमानवाले पिंड पर पृथ्वी का गुरूत्वीय बल अधिक होता है । फिर वह पिंड़ कम द्रव्यमान वाले पिंड़ की तुलना में अधिक वेग से नीचे क्यों नहीं गिरता?

गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा (Gravitational potential energy)

पिछली कक्षा में हमने स्थितिज ऊर्जा के बारे में सीखा है । पिंड की विशिष्ट स्थिति के कारण या स्थान के कारण उसमें समाविष्ट ऊर्जा को स्थितिज ऊर्जा कहते हैं । यह ऊर्जा सापेक्ष होती है और पृष्ठभाग से पिंड की ऊँचाई बढ़ने पर वह बढ़ती जाती है, इसकी जानकारी हम प्राप्त कर चुके हैं । m द्रव्यमान तथा पृथ्वी के पृष्ठभाग से h ऊँचाई पर स्थित पिंड की स्थितिज ऊर्जा mgh होती है और पृथ्वी के पृष्ठभाग पर वह शून्य होती है, ऐसा हमने देखा है । h का मान पृथ्वी की त्रिज्या की तुलना में अत्यंत कम होने के कारण g का मान हम स्थिर मान सकते है और उपर्युक्त सूत्र का उपयोग कर सकते हैं । परंतु h का मान अधिक होने पर g का मान ऊँचाई के अनुसार कम होते जाता है । पिंड पृथ्वी से अनंत दूरी पर होने पर g का मान शून्य होता है और पिंड पर पृथ्वी का गुरूत्वीय बल कार्य नहीं करता । इस कारण वहाँ पिंड की गुरूत्वीय स्थितिज ऊर्जा शून्य मानी जाती है । अतः दूरी उससे कम होने पर स्थितिज ऊर्जा ऋण होती है ।

पिंड पृथ्वी के पृष्ठभाग से h ऊँचाई पर स्थित होने पर उसकी गुरूत्वी स्थितिज ऊर्जा $-\frac{GMm}{R+h}$ के बराबर होती है। यहाँ M और R पृथ्वी के द्रव्यमान तथा त्रिज्या है ।

मुक्ति वेग या पलायन वेग (Escape velocity)

गेंद को ऊपर फेंकने पर उसका वेग कम होते जाता है और यह पृथ्वी के गुरुत्वाकर्षण के कारण होता है, यह हम देख चुके हैं । एक विशिष्ट ऊँचाई पर जाकर उसका वेग शून्य होता है और वहाँ से वह नीचे गिरता है । उसकी अधिकतम ऊँचाई उसके वेग पर निर्भर करती है । न्यूटन के तीसरे समीकरण के अनुसार

$v^2 = u^2 + 2\,a\,s$

v = गेंद का अंतिम वेग = 0 व $a = -g$

$\therefore\ 0 = u^2 + 2\,(-g)\,s$ इसलिए गेंद की अधिकतम ऊँचाई = $s = \frac{u^2}{(2\,g)}$

इसलिए गेंद का प्रारंभिक वेग जितना अधिक होगा, गेंद उतनी अधिक ऊँचाई पर जाएगी । इसका कारण यह है कि जितना अधिक प्रारंभिक वेग होगा उतनी अधिक वह गेंद पृथ्वी के आकर्षण का प्रतिरोध कर सकेगी और उतनी अधिक ऊँचाई पर जा सकेगी ।

हमने ऊपर देखा है कि g का मान भूपृष्ठ से ऊँचाई के अनुसार कम होते जाता है । अतः ऊँचाई पर जाने से गेंद पर पृथ्वी का आकर्षण कम होता है । यदि हम गेंद का प्रारंभिक वेग बढ़ाते गए तो वह अधिक से अधिक ऊँचाई पर जाएगी और एक विशिष्ट प्रारंभिक वेग ऐसा होगा कि उस वेग से फेकीं गई गेंद पृथ्वी पर नहीं गिरेगी । प्रारंभिक वेग के इस मान को मुक्ति वेग (v_{esc}) कहते हैं क्योंकि इस वेग से ऊपर फेंका गया पिंड़ पृथ्वी के गुरुत्वीय आकर्षण से मुक्ति पा सकता है । मुक्ति वेग का सूत्र हम ऊर्जा की अविनाशिता के सिद्धांत का उपयोग करके निम्नानुसार ज्ञात कर सकते हैं ।

प्रारंभिक वेग मुक्ति वेग के बराबर होने से पृथ्वी के पृष्ठभाग से सीधे ऊपर जानेवाला पिंड पृथ्वी के गुरुत्वाकर्षण से मुक्त हो जाता है । गुरुत्वाकर्षण बल दूरी के वर्ग के प्रतिलोमानुपाती होने के कारण यह बल अनंत दूरी पर ही शून्य होता है, अर्थात्, पिंड को इस बल से मुक्त होने के लिए अनंत दूरी पर जाना पड़ता है । अतः पिंड का अनंत दूरी पर अंतिम वेग शून्य होगा ।

m द्रव्यमान वाले पिंड़ की

पृथ्वी के पृष्ठभाग पर	**अनंत दूरी पर**
अ. गतिज ऊर्जा = $\frac{1}{2}mv^2_{esc}$	अ. गतिज ऊर्जा = 0
ब. स्थितिज ऊर्जा = $-\frac{GMm}{R}$	ब. स्थितिज ऊर्जा = $-\frac{GMm}{\infty} = 0$
क. कुल ऊर्जा E_1 = गतिज ऊर्जा + स्थितिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}mv^2_{esc} - \frac{GMm}{R}$	क. कुल ऊर्जा E_2 = गतिज ऊर्जा + स्थितिज ऊर्जा = 0

ऊर्जा की अविनाशिता के नियम के अनुसार $E_1 = E_2$

$$\frac{1}{2} mv^2_{esc} - \frac{GMm}{R} = 0$$

$$v^2_{esc} = \frac{2\,GM}{R}$$

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2\,GM}{R}}$$

$$= \sqrt{2\,g\,R}$$

$$= \sqrt{(2 \times 9.8 \times 6.4 \times 10^6)} = 11.2 \text{ km/s}$$

चंद्र पर या दूसरे ग्रहों पर भेजे जानेवाले अंतरिक्ष यानों के प्रारंभिक वेग का मुक्तिवेग से अधिक होना आवश्यक होता है, ताकि वे यान पृथ्वी के गुरूत्वाकर्षण को पार करके अन्य ग्रहों पर जा सके ।

हल किए गए उदाहरण

उदाहरण चंद्रमा का द्रव्यमान और त्रिज्या क्रमशः 7.34×10^{22} kg व 1.74×10^6 m है । चंद्रमा पर मुक्ति वेग ज्ञात कीजिए ।

दत्त : चंद्रमा का द्रव्यमान $M = 7.34 \times 10^{22}$ kg, उसकी त्रिज्या $R = 1.74 \times 10^6$ m व

$G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2

मुक्तीवेग $= v_{esc} = \sqrt{\frac{2\,GM}{R}}$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 7.34 \times 10^{22}}{1.74 \times 10^6}}$$

$= 2.37$ km/s चंद्रमा पर मुक्तिवेग 2.37 km/s.

क्या आप जानते हैं?

अंतरिक्ष में भारहीनता

हमें यह दिखाई देता है कि अंतरिक्ष में यात्री और वस्तुएँ तैरती हैं । यह किस कारण होता है? अंतरिक्ष यान पृथ्वी से ऊँचाई पर है फिर भी वहाँ g का मान पृथ्वी के पृष्ठभाग के मान की तुलना में 11% कम होता है । इस कारण अंतरिक्ष यानों की ऊँचाई ही उनके भारहीनता का कारण होती है । उनकी भार विरहित अवस्था उनकी और अवकाशयान के मुक्त पतन की अवस्था के कारण होती है । यान के कक्षा में वेग के कारण वे पृथ्वी पर वास्तविक रूप से गिरते नहीं है फिर भी उनपर केवल गुरूत्वीय बल प्रयुक्त होने के कारण वे मुक्त पतन करते रहते हैं । मुक्त पतन का वेग पिंड के गुणधर्म पर निर्भर न होने कारण यात्री, यान और उसमें स्थित वस्तुएँ समान वेग से मुक्त पतन करती है, इस कारण किसी वस्तु को हाथ से छोड़े जाने पर वह यात्रियों के सापेक्ष स्थिर रहती है और भारहीन महसूस होती है ।

स्वाध्याय

1. नीचे दी गई तालिका के तीनों स्तंभो की जानकारियों के बीच संबंध ध्यान में रखकर उस अनुसार तालिका पुनः लिखिए ।

I	II	III
द्रव्यमान	m/s^2	केंद्र के पास शून्य
भार	kg	जडत्व का माप
गुरुत्वीय त्वरण	Nm^2/kg^2	संपूर्ण विश्व में समान
गुरुत्व स्थिरांक	N	ऊँचाई पर निर्भर करता है

2. नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर लिखिए ।

अ. भार और द्रव्यमान में क्या अंतर है? किसी पिंड का पृथ्वी पर द्रव्यमान तथा भार मंगल ग्रह पर भी उतना ही होगा क्या? क्यों?

आ. मुक्त पतन, गुरुत्वीय त्वरण, मुक्ति वेग और अभिकेंद्री कल का क्या अर्थ है?

इ. केप्लर के तीन नियम लिखकर, यह स्पष्ट कीजिए कि उन नियमों के कारण न्यूटन को अपना गुरुत्व सिद्धांत प्रतिपादित करने में कैसे मदद हुई?

ई. एक पत्थर u वेग से ऊपर फेंका जाने पर h ऊँचाई तक पहुँचता है । सिद्ध कीजिए कि, उसे ऊपर जाने में जितना समय लगता है, उतना ही समय नीचे आने में लगता है ।

उ. यदि g का मान अचानक दोगुना हो जाए तो एक भारी पिंड को जमीन पर से खींचकर ले जाना दो गुना कठिन क्यों हो जाएगा ?

3. पृथ्वी के केंद्र पर 'g' का मान शून्य होता है इस संबंधि स्पष्टीकरण लिखिए ।

4. सिद्ध करो की, एक तारे से R अंतर पर स्थित ग्रह का परिभ्रमणकाल T है यदि वही ग्रह 2R अंतर पर हो तो उसका परिभ्रमणकाल $\sqrt{8}$ T होगा ।

5. उदाहरण हल कीजिए ।

अ. यदि किसी एक ग्रह पर एक पिंड को 5 m ऊपर से नीचे आने में 5 सेकंड लगते है तो उस ग्रह पर गुरुत्वीय त्वरण कितना होगा ?

उत्तर: $g = 0.4\ m/s^2$

आ. ग्रह 'क' की त्रिज्या ग्रह 'ख' त्रिज्या की आधी है । 'क' का द्रव्यमान M है । यदि 'ख' ग्रह पर g का मान 'क' ग्रह पर g के मान का आधा है तो 'ख' ग्रह का द्रव्यमान कितना होगा ?

उत्तर : 2 M

इ. एक पिंड का द्रव्यमान और पृथ्वी पर भार क्रमशः 5 kg और 49 N है । यदि चंद्रमा पर g का मान पृथ्वीसे एक षष्ठांश हो तो उस पिंड का द्रव्यमान और भार चंद्रमा पर कितना होगा ?

उत्तर : 5 kg व 8.17 N

ई. ऊपर फेंका गया एक पिंड 500 मी ऊँचाई तक जाता है । उसका प्रारंभिक वेग कितना होगा ? उस पिंड को ऊपर जाकर पुनः नीचे आने में कितना समय लगेगा ? ? $g = 10\ m/s^2$

उत्तर : 100 m/s, 20 s

उ. एक गेंद टेबल से नीचे गिरती है और 1 सेकंड़ में जमीन पर पहुँचती है । $g = 10\ m/s^2$ है तो टेबल की ऊँचाई और गेंद का जमीन पर पहुँचते समय वेग कितना होगा ?

उत्तर : 5 m, 10 m/s

ऊ. पृथ्वी और चंद्रमा के द्रव्यमान क्रमशः 6×10^{24} kg तथा 7.4×10^{22} kg और उनके दोनों के बीच की दूरी 3.84×10^5 km है । उन दोनों के बीच गुरुत्वीय बल कितना होगा ?

दत्त $G = 6.7 \times 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$.

उत्तर : 2×10^{20} N

ए. पृथ्वी का भार 6×10^{24} kg है और उसकी सूर्य से दूरी 1.5×10^{11} m है । यदि उनके दोनो के बीच गुरुत्व बल 3.5×10^{25} N है तो सूर्य का द्रव्यमान कितना होगा ?

उत्तर : 1.96×10^{30} kg

उपक्रम :

आपके पाँच मित्रों का भार ज्ञात कर उनका चंद्रमा और मंगल ग्रह पर भार कितना होगा उसे खोजो ।

HK7VUE