गणित भाग –II

दसवीं कक्षा

भारत का संविधान

भाग 4 क

मूल कर्तव्य

अनुच्छेद 51 क

मूल कर्तव्य– भारत के प्रत्येक नागरिक का यह कर्तव्य होगा कि वह –

(क) संविधान का पालन करे और उसके आदर्शों, संस्थाओं, राष्ट्र ध्वज और राष्ट्रगान का आदर करे;

(ख) स्वतंत्रता के लिए हमारे राष्ट्रीय आंदोलन को प्रेरित करने वाले उच्च आदर्शों को हृदय में संजोए रखे और उनका पालन करें;

(ग) भारत की प्रभुता, एकता और अखंडता की रक्षा करे और उसे अक्षुण्ण रखें;

(घ) देश की रक्षा करे और आह्वान किए जाने पर राष्ट्र की सेवा करे;

(ङ) भारत के सभी लोगों में समरसता और समान भ्रातृत्व की भावना का निर्माण करे जो धर्म, भाषा और प्रदेश या वर्ग पर आधारित सभी भेदभावों से परे हो, ऐसी प्रथाओं का त्याग करे जो स्त्रियों के सम्मान के विरुद्ध है;

(च) हमारी सामासिक संस्कृति की गौरवशाली परंपरा का महत्त्व समझे और उसका परिरक्षण करे;

(छ) प्राकृतिक पर्यावरण की, जिसके अंतर्गत वन, झील, नदी और वन्य जीव हैं, रक्षा करे और उसका संवर्धन करे तथा प्राणिमात्र के प्रति दयाभाव रखे;

(ज) वैज्ञानिक दृष्टिकोण, मानववाद और ज्ञानार्जन तथा सुधार की भावना का विकास करें;

(झ) सार्वजनिक संपत्ति को सुरक्षित रखे और हिंसा से दूर रहे;

(ञ) व्यक्तिगत और सामूहिक गतिविधियों के सभी क्षेत्रों में उत्कर्ष की ओर बढ़ने का सतत प्रयास करे जिससे राष्ट्र निरंतर बढ़ते हुए प्रयत्न और उपलब्धि की नई ऊँचाइयों को छू ले;

(ट) यदि माता-पिता या संरक्षक है, छह वर्ष से चौदह वर्ष तक की आयु वाले अपने, यथास्थिति, बालक या प्रतिपाल्य के लिए शिक्षा के अवसर प्रदान करे ।

शासन निर्णय क्रमांक : अभ्यास–२११६/(प्र.क्र.४३/१६) एसडी–४ दिनांक २५.४.२०१६ के अनुसार गठित की गई
समन्वय समिति के दिनांक २९.१२.२०१७ की बैठक में इस पाठ्यपुस्तक को वर्ष २०१८–१९
शैक्षणिक वर्ष से निर्धारित करने हेतु मान्यता प्रदान की गई !

गणित

भाग II

दसवीं कक्षा

महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिति व अभ्यासक्रम संशोधन मंडल, पुणे – ४११ ००४.

PEVFIB

आपके स्मार्टफोन में 'DIKSHA App' द्वारा, पुस्तक के प्रथम पृष्ठ पर Q.R.Code के माध्यम से डिजिटल पाठ्यपुस्तक एवं प्रत्येक पाठ में अंतर्निहित Q.R.Code में अध्ययन अध्यापन के लिए पाठ से संबंधित उपयुक्त दृक–श्राव्य सामग्री उपलब्ध कराई जाएगी ।

प्रथमावृत्ति : 2018 © महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिति व अभ्यासक्रम संशोधन मंडल
तीसरा पुनर्मुद्रण : 2021 पुणे - ४११ ००४.

इस पाठ्यपुस्तक का सर्वाधिकार महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिति तथा अभ्यासक्रम संशोधन मंडल के अधीन सुरक्षित है । इस पुस्तक का कोई भी भाग महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिति व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ के संचालक की लिखित अनुमति के बिना प्रकाशित नहीं किया जा सकता !

गणित विषयतज्ञ समिति

डॉ. मंगला नारळीकर (अध्यक्ष)
डॉ. जयश्री अत्रे (सदस्य)
श्री. विनायक गोडबोले (सदस्य)
श्रीमती प्राजक्ती गोखले (सदस्य)
श्री. रमाकांत सरोदे (सदस्य)
श्री. संदीप पंचभाई (सदस्य)
श्रीमती पूजा जाधव (सदस्य)
श्रीमती उज्ज्वला गोडबोले (सदस्य-सचिव)

गणित विषय - राज्य अभ्यासगट सदस्य

श्रीमती जयश्री पुरंदरे	श्रीमती तरुबेन पोपट
श्री. राजेंद्र चौधरी	श्री. प्रमोद ठोंबरे
श्री. रामा व्हन्याळकर	डॉ. भारती सहस्रबुद्धे
श्री. आण्णापा परीट	श्री. वसंत शेवाळे
श्री. अन्सार शेख	श्री. प्रताप काशिद
श्री. श्रीपाद देशपांडे	श्री. मिलिंद भाकरे
श्री. सुरेश दाते	श्री. ज्ञानेश्वर माशाळकर
श्री. उमेश रेळे	श्री. गणेश कोलते
श्री. बन्सी हावळे	श्री. संदेश सोनावणे
श्रीमती रोहिणी शिर्के	श्री. सुधीर पाटील
श्री. प्रकाश झेंडे	श्री. प्रकाश कापसे
श्री. लक्ष्मण दावणकर	श्री. रवींद्र खंदारे
श्री. श्रीकांत रत्नपारखी	श्रीमती स्वाती धर्माधिकारी
श्री. सुनिल श्रीवास्तव	श्री. अरविंदकुमार तिवारी
श्री. अन्सारी अब्दुल हमीद	श्री. मल्लेशाम बेथी
श्रीमती सुवर्णा देशपांडे	श्रीमती आर्या भिडे

मुखपृष्ठ व संगणकीय आरेखन
श्री. संदीप कोळी, चित्रकार, मुंबई

अक्षरांकन
डी.टी.पी. विभाग, पाठ्यपुस्तक मंडल, पुणे

अनुवादक : श्री. अरविंदकुमार तिवारी
श्री. सुनील श्रीवास्तव
श्रीमती. मुकुल बापट
समीक्षण : श्री. धीरज शर्मा
श्री. लीलाराम बोपचे
विषयतज्ञ : श्री. प्रेमवल्लभ ओझा

प्रमुख संयोजक
उज्ज्वला श्रीकांत गोडबोले
प्र. विशेषाधिकारी गणित,
पाठ्यपुस्तक मंडल, पुणे.

निर्मिती : **सच्चितानंद आफळे**
मुख्य निर्मिती अधिकारी
संजय कांबळे
निर्मिती अधिकारी
प्रशांत हरणे
सहायक निर्मिती अधिकारी
कागद : ७० जी.एस.एम.क्रीमवोव्ह
मुद्रणादेश : N/PB/2021-22/10,000
मुद्रक : RUNA GRAPHICS, PUNE

प्रकाशक
विवेक उत्तम गोसावी, नियंत्रक
पाठ्यपुस्तक निर्मिती मंडल
प्रभादेवी, मुंबई २५

भारत का संविधान

उद्देशिका

हम, **भारत के लोग**, भारत को एक **संपूर्ण प्रभुत्व-संपन्न समाजवादी पंथनिरपेक्ष लोकतंत्रात्मक गणराज्य** बनाने के लिए, तथा उसके समस्त नागरिकों को :

सामाजिक, आर्थिक और राजनैतिक **न्याय,**
विचार, अभिव्यक्ति, विश्वास, धर्म
और उपासना की **स्वतंत्रता,**
प्रतिष्ठा और अवसर की **समता**

प्राप्त कराने के लिए,
तथा उन सब में

व्यक्ति की गरिमा और राष्ट्र की एकता
और अखंडता सुनिश्चित करने वाली **बंधुता**

बढ़ाने के लिए

दृढ़संकल्प होकर **अपनी इस संविधान सभा में** आज तारीख 26 नवंबर, 1949 ई. (मिति मार्गशीर्ष शुक्ला सप्तमी, संवत् दो हजार छह विक्रमी) **को एतद् द्वारा इस संविधान को अंगीकृत, अधिनियमित और आत्मार्पित करते हैं ।**

राष्ट्रगीत

जनगणमन – अधिनायक जय हे
भारत – भाग्यविधाता ।
पंजाब, सिंधु, गुजरात, मराठा,
द्राविड, उत्कल, बंग,
विंध्य, हिमाचल, यमुना, गंगा,
उच्छल जलधितरंग,
तव शुभ नामे जागे, तव शुभ आशिस मागे,
गाहे तव जयगाथा,
जनगण मंगलदायक जय हे,
भारत – भाग्यविधाता ।
जय हे, जय हे, जय हे,
जय जय जय, जय हे ।।

प्रतिज्ञा

भारत मेरा देश है । सभी भारतीय मेरे भाई–बहन हैं ।

मुझे अपने देश से प्यार है । अपने देश की समृद्ध तथा विविधताओं से विभूषित परंपराओं पर मुझे गर्व है ।

मैं हमेशा प्रयत्न करूँगा/करूँगी कि उन परंपराओं का सफल अनुयायी बनने की क्षमता मुझे प्राप्त हो ।

मैं अपने माता–पिता, गुरुजनों और बड़ों का सम्मान करूँगा/करूँगी और हर एक से सौजन्यपूर्ण व्यवहार करूँगा/करूँगी ।

मैं प्रतिज्ञा करता/करती हूँ कि मैं अपने देश और अपने देशवासियों के प्रति निष्ठा रखूँगा/रखूँगी । उनकी भलाई और समृद्धि में ही मेरा सुख निहित है ।

प्रस्तावना

विद्‍यार्थी मित्रों,

दसवीं कक्षा में आप सभी का स्वागत ।

इस वर्ष आप गणित भाग I और भाग II पुस्तक का अध्ययन करनेवाले हैं ।

गणित भाग II में भूमिति, त्रिकोणमिति, निर्देशांक भूमिति तथा महत्वमापन यह प्रमुख क्षेत्र हैं । इस वर्ष आपको नौवीं कक्षा तक परिचय किए गये घटकों का थोड़ा अधिक अध्ययन करना है । उनका व्यवहार में होनेवाला उपयोग उदाहरण से स्पष्ट होगा । जहाँ नवीन भाग, सूत्र अथवा उपयोजन है वहाँ सरल स्पष्टीकरण दिया गया है । नमूना के लिए प्रत्येक प्रकरण में हल किए गये उदाहरण, अभ्यास के लिए उदाहरण, इसके अलावा प्रज्ञावान विद्‍यार्थियों के लिए कुछ चुनौतीपूर्ण प्रश्न को तारांकित किया गया है । दसवी के पश्चात कुछ विद्‍यार्थियों को गणित का अध्ययन करना न हो, तो भी गणित की मूलभूत संकल्पनाएँ उन्हें समझ में आए, उसी प्रकार अन्य क्षेत्रो में काम करते समय आवश्यकतानुसार गणित का उपयोग करना आना चाहिए, ऐसा ज्ञान उन्हें इस पुस्तक में प्राप्त होगा । अधिक जानकारी हेतू इस शीर्षक के अंतर्गत दी गई जानकारी, जिस विद्‍यार्थियों को दसवीं के पश्चात गणित का अध्ययन करके उसमें प्राविण्य प्राप्त करने की इच्छा हो, उनके लिए यह उपयोगी सिद्‍ध होगा इसलिए ऐसे विद्‍यार्थियों को इस पुस्तक को अवश्य पढ़ना होगा । पूरी किताब को एक बार पढ़कर अवश्य समझें ।

प्रत्येक प्रकरण से संबंधित अधिक उपयुक्त दृक श्रव्य साहित्य, ॲप के माध्यम से, क्यू. आर. कोड द्‍वारा आपको उपलब्ध होगी, अध्ययन के लिए इसका उपयोग निश्चित रूप से होगा !

कक्षा दसवीं की परीक्षा बहुत महत्वपूर्ण मानी जाती है । इस का तनाव न लेते हुए सही अध्ययन करके मन माफिक सफलता प्राप्त करने के लिए आप सभी को शुभकामनाएँ !

(डॉ. सुनिल मगर)
संचालक
महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व
अभ्यासक्रम संशोधन मंडल, पुणे.

पुणे
दिनांक : १८ मार्च २०१८, गुढीपाडवा
भारतीय सौर दिनांक : २७ फाल्गुन १९३९

कक्षा १० वीं गणित भाग II अभ्यासक्रम से विद्‌यार्थियों में निम्नलिखित क्षमता विकसित होगी ।

क्षेत्र	घटक	क्षमता कथन
1. **भूमिति**	1.1 समरूप त्रिभुज 1.2 वृत्त	• समरूप त्रिभुजों के गुणधर्म, सर्वांगसम त्रिभुजों के गुणधर्म तथा पायथागोरस के प्रमेय का उपयोग करके प्रश्नों का हल कर सकना । • समरूप त्रिभुजों की रचना कर सकना । • वृत्त की जीवा एवं स्पर्शरेखा के गुणधर्म का उपयोग कर सकना । • वृत्त की स्पर्शरेखा की रचना कर सकना ।
2. **निर्देशांक भूमिती**	2.1 निर्देशांक भूमिति	• दो बिंदुओं के बीच अंतर ज्ञात कर सकना । • रेखाखंड के विभाजन बिंदु का निर्देशांक ज्ञात कर सकना । • रेखा का ढाल ज्ञात कर सकना ।
3. **महत्वमापन**	3.1 पृष्ठफल और घनफल	• वृत्त चाप की लंबाई ज्ञात कर सकना । • द्‌वैत्रिज्य एवं वृत्तखंड के क्षेत्रफल ज्ञात कर सकना । • दिए गए त्रिमितीय आकारों के पृष्ठफल एवं घनफल ज्ञात कर सकना ।
4. **त्रिकोणमिति**	4.1 त्रिकोणमिति	• त्रिकोणमितीय सर्वसमिका का उपयोग कर प्रश्नों को हल कर सकना । • पेड़ों की ऊँचाई ज्ञात करना, नदी के पाट की चौड़ाई ज्ञात कर सकना इस तरह की समस्याओं के लिए त्रिकोणमिति का उपयोग कर सकना ।

शिक्षकों के लिए सूचना

सर्वप्रथम पुस्तक का गहन अध्ययन कर इसे समझ लीजिए । विभिन्न घटकों का स्पष्टीकरण करना एवं सूत्रों की जाँच करके देखना इन महत्वपूर्ण बातों के लिए कृतियों की सहायता लीजिए ।

प्रयोगों द्‌वारा भी मूल्यमापन करना है । इसके लिए भी कृति का उपयोग होता है । विद्‌यार्थियों को स्वतंत्र विचार करने के लिए प्रोत्साहन दीजिए । किसी प्रश्न को भिन्न किंतु तर्कसंगत विधि से हल करनेवाले विद्‌यार्थियों को खास तरह की शाबासी दीजिए ।

भूमिति में प्रयोगों के कथन ध्यान में रखकर उनका उपयोग करके प्रश्नों को हल करने की कुशलता विकसित करने के लिए पुस्तक में दी गई कृतियों के अतिरिक्त कुछ और कृतियाँ की जा सकती हैं ।

प्रयोगों की सूची

(1) पुठ्ठे का एक त्रिभुजाकार टुकड़ा काट लीजिए । टेबल पर मोमबत्ती अथवा छोटा दीया लगाइए । त्रिभुज को दीवार तथा दीया या मोमबत्ती के बीच पकड़िए उसकी परछाईं का निरीक्षण कीजिए । निश्चित कीजिए कि परछाईं तथा मूल त्रिभुज समरूप हैं क्या ? (मूल त्रिभुज तथा उसकी परछाईं परस्पर समरूप होने के लिए कौन-सी सावधानी बरतेंगे?)

(2) समान माप वाले दो समकोण त्रिभुज काट लीजिए । त्रिभुज के शीर्षबिंदुओं को दोनो ओर से A, B, C ऐसे नाम दीजिए । उसमें से एक समकोण त्रिभुज के कर्ण पर शीर्षलंब खींचिए । लंबपाद को 'D' नाम दीजिए । एक त्रिभुज को लंब से काटकर दो समकोण त्रिभुज प्राप्त कीजिए । तीनों समकोण त्रिभुज कौन-सी एकैकी संगति के अनुसार समरूप हैं लिखिए ।

(3) किसी एक वृत्त की रचना कीजिए । उसके अंतःभाग में, बाह्यभाग में तथा वृत्त पर प्रत्येक ऐसे तीन बिंदु लीजिए । इस प्रत्येक बिंदु से वृत्त पर कितनी स्पर्शरेखाएँ खींची जा सकती हैं इसकी सारिणी तैयार कीजिए । सारिणी में कच्ची आकृतियाँ खींच कर दर्शाइए ।

(4) 'दो बिंदु से असंख्य वृत्त खींचे जा सकते हैं' यह दर्शाने के लिए, दिए गये बिंदु से कम से कम पाँच वृत्त खींचिए ।

(5) वृत्तों के गुणधर्म जाँच करने के लिए उपयोगी हों ऐसे कील लगे हुए जिओबोर्ड लीजिए । रबरबैंड की सहायता से निम्नलिखित में से किसी एक प्रमेय के लिए जिओबोर्ड पर आकृति तैयार कीजिए ।
(i) अंतर्लिखित कोण का प्रमेय (ii) स्पर्शरेखा-छेदन रेखा कोण का प्रमेय
(iii) विपरीत वृत्तखंड के कोण का प्रमेय

(6) एक वृत्त तथा एक कोण की प्रतिकृति लेकर विभिन्न स्थितियों से वृत्तखंड चाप तैयार कीजिए ।

(7) कंपास तथा पट्टी की सहायता से किसी कोण के चार समान भाग करना ।

(8) एक बीकर लेकर उसकी ऊँचाई तथा आधार की त्रिज्या नापिए । इस आधार पर उसमें कितना पानी समाएगा उसे सूत्र की सहायता से ज्ञात कीजिए । उसे पानी से भरकर उसके आकारमान को मापनपात्र की सहायता से मापिए । दोनों ही उत्तर से निष्कर्ष ज्ञात कीजिए ।

(9) शंकुछेद के आकार का एक कागज का प्याला लीजिए । उसके आधार की तथा ऊपरी वृत्त की त्रिज्या नापिए । प्याले की ऊँचाई नापिए । उस प्याले में कितना पानी समाएगा, उसे सूत्र से ज्ञात कीजिए । उसे पानी से पूरा भरकर उस पानी के आकारमान को मापिए । पानी के आकारमान तथा सूत्र से ज्ञात किए गए घनफल की तुलना सूत्र की सहायता से कीजिए ।

(10) मोटे पुठ्ठे के दो समरूप त्रिभुज काट लें । उनके क्षेत्रफलों का अनुपात (i) उसकी परिमिति के वर्ग के अनुपात में है क्या ? अथवा (ii) उसके माध्यिकाओं के वर्गों के अनुपात में है क्या ? यह प्रत्यक्ष मापन से निश्चित कीजिए ।

अनुक्रमणिका

प्रकरण		पृष्ठ
1.	समरूपता	1 से 29
2.	पायथागोरस का प्रमेय	30 से 46
3.	वृत्त	47 से 90
4.	भूमितीय रचनाएँ	91 से 99
5.	निर्देशांक भूमिति	100 से 123
6.	त्रिकोणमिति	124 से 139
7.	महत्वमापन	140 से 163
•	उत्तरसूची	164 से 168