प्रकरण ३	निर्णय पद्धती

The concept of decision procedure is predominantly concerned with the concept of decidability.

हे आपणास माहीत आहे का ....

- युक्तिवादाची वैधता ठरविण्यासाठी तर्कशास्त्र आपणास कोष्टकाद्वारे मदत करते.
- काही विधानाकार नेहमीच असत्य असतात.
- जेव्हा तुम्ही तुमच्या मित्राला विचारता, 'तुम्ही लंडनला जाल की पॅरिसला?' तेव्हा तो दोन्हींची ही निवड करू शकतो.

३.१ निर्णय पद्धतीची संकल्पना :

या अगोदरच्या प्रकरणात आपण विधानांचे स्वरूप व त्यांचे प्रकार आणि मूलभूत सत्यता मूल्य अभ्यासली आहेत. या प्रकरणात आपण युक्तिवादाची युक्तता ठरविण्याची पद्धती शिकणार आहोत. तर्कशास्त्रात आपण निर्णय पद्धतीचा वापर एखादे विधानाकार सर्वतः सत्य, सर्वतः असत्य, किंवा नैमितिकतया सत्यासत्य ठरविण्यासाठी करतो. तसेच त्याचा उपयोग एखादा युक्तिवाद युक्त आहे की अयुक्त हे तपासण्यासाठी सुद्धा होतो. एखादा सदस्य एखाद्या विशिष्ट वर्गामध्ये समाविष्ट होतो की नाही हे ठरविण्याची पद्धती म्हणजे निर्णय पद्धती होय.

निर्णय पद्धतीचे पाच प्रकार आहेत.

(१) सत्यता कोष्टक.

(२) लघुसत्यता कोष्टक.

(३) सत्यता वृक्ष.

(४) संयोगी सामान्य आकार.

(५) वियोगी सामान्य आकार.

या प्रकरणात आपण सत्यता कोष्टक पद्धतीचा निर्णय पद्धती म्हणून अभ्यास करणार आहोत.

निर्णय पद्धतीची वैशिष्ट्ये :

निर्णय पद्धती ही परिणाम कारक पद्धती असली पाहिजे. परिणाम कारक निर्णय पद्धतीसाठी काही अटींची पूर्तता होणे आवश्यक आहे. त्या अटी खालील प्रमाणे आहेत.

(१) विश्वासार्ह :

निर्णय पद्धती ही विश्वासार्ह असली पाहिजे. विश्वासार्ह पद्धती म्हणजे अशी पद्धती की जिचे नियम योग्य रीतीने वापरले तर नेहमीच अचूक उत्तर मिळते.

(२) यांत्रिकता :

निर्णय पद्धती यांत्रिक आहे म्हणजेच विशिष्ट क्रमाने काही पायऱ्यांचे अनुसरण करुन तर्क नियमांच्या आधारे आपल्याला उत्तर मिळते. त्यात कल्पनेला व बुद्धिमत्तेला वाव नसतो.

(३) समर्याद :

निर्णय पद्धती मर्यादित स्वरुपाची असली पाहिजे म्हणजे या पद्धतीत पायऱ्यांची संख्या मर्यादित असावी. अंतिम पायरी अशी असावी की जिथे उत्तर मिळते.

३.२ सत्यता कोष्टकाचे स्वरूप :

अनेक निर्णय पद्धतीपैकी सत्यता कोष्टक ही एक निर्णय पद्धती आहे. सत्यता कोष्टक पद्धती म्हणजे तर्ककारके असणाऱ्या सत्यता फलनात्मक विधानांच्या सत्यता मूल्यांची तक्त्यामध्ये केलेली मांडणी होय.

सत्यता कोष्टक तयार करण्याची पद्धती (सत्यता फलनात्मक विधानाकारांसाठी)

१. सत्यता कोष्टक तयार करण्यासाठी आपल्याला प्रथम दोन स्तंभ तयार करावे लागतील. डाव्या बाजूला मार्गदर्शक स्तंभ आणि उजव्या बाजुला विधानाकार. त्याचे सत्यता कोष्टक पुढीलप्रमाणे.

उदा. $(q \vee p) \equiv [(p \bullet q) \supset p]$

मार्गदर्शक स्तंभ	विधानाकार
	$(q \vee p) \equiv [(p \bullet q) \supset p]$

१. पहिली पायरी विधानाकार या स्तंभामध्ये विधानाकार लिहिणे ही होय.

२. दुसरी पायरी म्हणजे मार्गदर्शक स्तंभामध्ये सत्यता फलनात्मक विधानाकारात आलेली सर्व भिन्न विधान चरे लिहिणे होय.

दिलेल्या उदाहरणात दोन भिन्न विधान चरे आहेत ती म्हणजे 'p' आणि 'q' म्हणून त्यांना खाली लिहून घेऊ.

मार्गदर्शक स्तंभ	विधानाकार
p q	$(q \vee p) \equiv [(p \bullet q) \supset p]$

३. तिसरी पायरी म्हणजे सत्यता कोष्टकात किती ओळी असतील ते निश्चित करणे. ओळींची संख्या ही विधानाकारातील विधान चरांच्या संख्येवर अवलंबून असते. ती निश्चित करण्याचे सूत्र पुढील प्रमाणे.

2^n = ओळींची संख्या

n = विधानकारात येणाऱ्या भिन्न विधान चरांची संख्या

विधान चरांची संख्या		ओळींची संख्या
2^1	2 x 1	2
2^2	2 x 2	4
2^3	2 x 2 x 2	8
2^4	2 x 2 x 2 x 2	16
2^5	2 x 2 x 2 x 2 x 2	32

कृती १

2^6 = ______ = ______

2^7 = ______ = ______

(४) चौथ्या पायरीत मार्गदर्शक स्तंभ तयार करावयाचा आहे. मार्गदर्शक स्तंभ म्हणजे विधानाकार अथवा युक्तिवादाकारातील सर्व विधान चरांच्या सत्यता मूल्यांच्या शक्यता दर्शविणारा स्तंभ होय.

(अ) एका विधान चरासाठी मार्गदर्शक स्तंभ.

उदा. $(p \bullet p) \vee p$

मार्गदर्शक स्तंभ	विधानाकार
p	$(p \bullet p) \vee p$
T	
F	

(ब) दोन विधानचरांसाठी सत्यता कोष्टक.

उदा. $(p \vee q) \supset (q \supset p)$

मार्गदर्शक स्तंभ	विधानाकार
p q	$(p \vee q) \supset (q \supset p)$
T T	
T F	
F T	
F F	

(क) तीन विधानचरांसाठी सत्यता कोष्टक

उदा. $p \equiv (q \bullet r)$

मार्गदर्शक स्तंभ	विधानाकार
p q r	$p \equiv (q \bullet r)$
T T T	
T T F	
T F T	
T F F	
F T T	
F T F	
F F T	
F F F	

नेहमी लक्षात ठेवा

मार्गदर्शक स्तंभात विधानिय चरे ही वर्णानुक्रमे लिहिली जातात.

उदा. $(r \vee q) \bullet r$

मार्गदर्शक स्तंभ		विधानाकार
q	r	$(r \vee q) \bullet r$
T	T	
T	F	
F	T	
F	F	

कृती २.१

चार (४) चरांसाठी मार्गदर्शक स्तंभ तयार करा जसे – p, q, r, s

पाच (५) चरांसाठी मार्गदर्शक स्तंभ तयार करा जसे – p, q, r, s, t.

कृती २.२ मार्गदर्शक स्तंभ पूर्ण करा.

कृती – १

$\boxed{r}$	$(r \supset r) \vee (r \bullet r)$

कृती – २

q $\boxed{}$	$(t \bullet q) \equiv (q \vee t)$

कृती – ३

$\boxed{}$ $\boxed{}$	$(p \vee s) \equiv (p \supset s)$

कृती – ४

$\boxed{}$ $\boxed{}$ $\boxed{}$ $\boxed{}$	$(r \supset s) \bullet (p \equiv t)$

मार्गदर्शकस्तंभ		विधानाकार
p	q	$(q \vee p) \equiv [(p \bullet q) \supset p]$
T	T	
T	F	
F	T	
F	F	

(५) आता आपण सत्यता कोष्टक तयार करू. या विधानाकारामध्ये दोन भिन्न विधान चरे आहेत ते म्हणजे p आणि q. जेथे जेथे या विधानाकारात p येतो तेथे आपण मागदर्शक स्तंभात p च्या खाली लिहिलेली सत्यता मूल्ये लिहावीत. व जेथे जेथे q येतो तेथे देखील मार्गदर्शक स्तंभात q च्या खाली लिहिलेली सत्यता मूल्ये लिहावीत. p आणि q या विधानचरांसाठी सत्यता मूल्ये निश्चित केल्यानंतर सत्यता कोष्टक खालील प्रमाणे असेल.

मार्गदर्शक स्तंभ		विधानाकार				
p	q	$(q \vee p) \equiv [(p \bullet q) \supset p]$				
T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	F	F	T	F
F	F	F	F	F	F	F

(६) मागील प्रकरणात आपण मिश्र (संयुक्त) विधानांची मूलभूत सत्यता मूल्ये अभ्यासली आहेत. त्याचप्रमाणे आपण विधानाकाराची सत्यता मूल्ये निश्चित करू.

उदा. – $(q \vee p) \equiv [(p \bullet q) \supset p]$

❖ या उदाहरणात ≡ हे मुख्य तर्ककारक (संयोजक) आहे.

$(q \vee p) \equiv [(p \bullet q) \supset p]$

❖ प्रथम आपण सत्यता फलनात्मक विधानकाराच्या डाव्या बाजूला घटक विधानाचे सत्यता मूल्य शोधू म्हणजेच q आणि p मधील विकल्प ते खालील प्रमाणे.

मार्गदर्शक स्तंभ	विधानाकार
P q	(q ∨ p) ≡ [(p • q) ⊃ p]
T T	T **T** T T T T
T F	F **T** T T F T
F T	T **T** F F T F
F F	F **F** F F F F

❖ नंतर आपण सत्यता फलात्मक विधानाकाराच्या उजव्या बाजूच्या घटक विधानाचे सत्यता मूल्य निश्चित करु. म्हणजे 'p' आणि 'q' मधील संधीचे सत्यता मूल्ये. ते पुढीलप्रमाणे.

मार्गदर्शक स्तंभ	विधानाकार
P q	(q ∨ p) ≡ [(p • q) ⊃ p]
T T	T **T** T T T T T
T F	F **T** T T F F T
F T	T **T** F F F T F
F F	F **F** F F **F** F F

❖ आता आपण संधी विधान p • q आणि उजव्या बाजूचे विधान चर p या मधील सोपाधिक विधानाचे सत्यता मूल्ये निश्चित करु.

मार्गदर्शक स्तंभ	विधानाकार
P q	(q ∨ p) ≡ [(p • q) ⊃ p]
T T	T **T** T T T T **T** T
T F	F **T** T T F F **T** T
F T	T **T** F F F T **T** F
F F	F **F** F F F F **T** F

❖ अंतिमतः आपण (q ∨ p) आणि [(p • q) ⊃ p] यामधील सममूल्य विधान जे मुख्य तर्ककारक आहे त्याची सत्यता मूल्ये निश्चित करुया. म्हणजे आपल्याला सत्यता फलनात्मक विधानाकाराच्या सर्व शक्यतेखालील सत्यता मूल्ये मिळतील. आपल्याला डाव्या बाजूच्या कंसातील विकल्प आणि उजव्या बाजूच्या कंसातील सोपाधिक विधान याचाही विचार करावा लागेल. या दोघांचेही मूल्य घेऊन सममूल्य तर्ककारकाची मूल्ये निश्चित करु.

अशा पद्धतीने अंतिम सत्यता कोष्टक पुढीलप्रमाणे तयार होईल.

मार्गदर्शक स्तंभ	विधानाकार
p q	(q ∨ p) ≡ [(p • q) ⊃ p]
T T	T **T** T **T** T T T **T** T
T F	F **T** T **T** T F F **T** T
F T	T **T** F **T** F F T **T** F
F F	F **F** F **F** F F F **T** F

हे सत्यता कोष्टक असे दर्शविते की मुख्य तर्ककारकाच्या खाली केवळ एका शक्यतेमध्ये म्हणजे चौथ्या ओळीत सत्यता फलनात्मक विधानाकार असत्य **F** आहे. उर्वरीत शक्यते खाली तो सत्य **T** आहे.

❖ आता आपण अधिक उदाहरणाद्वारे सत्यता कोष्टक समजून घेऊ.

उदा – २. (~ r • ~ p) ⊃ (r ∨ ~ p)

मागदर्शक स्तंभ	विधानाकार
p r	(~ r • ~ p) ⊃ (r ∨ ~ p)
T T	F T **F** F T **T** T **T** F T
T F	T F **F** F T **T** F **F** F T
F T	F T **F** T F **T** T **T** T F
F F	T F **T** T F **T** F **T** T F

उदा. ३ ~ (t ∨ q) • ~ (~ t • ~ q)

मागदर्शक स्तंभ	विधानाकार
q t	~ (t ∨ q) • ~ (~ t • ~ q)
T T	F T T T F T F T F F T
T F	F F T T F T T F F F T
F T	F T T F F T F T F T F
F F	T F F F F F T F T T F

कृती ३

खालील कोष्टक पूर्ण करा.

मागदर्शक स्तंभ	सत्यताफलनात्मक विधानाकार
q	(q ⊃ ~ q) • ~ q
T	☐ F ☐ ☐ F ☐ T
F	F ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

मागदर्शक स्तंभ	सत्यताफलनात्मक विधानाकार
p s t	t ≡ (p ∨ s)
T T T	☐ ☐ T T ☐
T T F	☐ F ☐ ☐ ☐
T F T	T ☐ ☐ ☐ ☐
T F F	☐ ☐ T ☐ ☐
F T T	☐ ☐ F ☐ ☐
F T F	F ☐ ☐ T T
F F T	☐ ☐ ☐ ☐ F
F F F	☐ T ☐ ☐ ☐

सर्वतः सत्य, सर्वतः असत्य आणि नैमित्तिकतया सत्यासत्य संकल्पना :

सत्यता फलनात्मक विधानाकाराचे वर्गीकरण प्रामुख्याने तीन प्रकारात केले जाते. ते म्हणजे सर्वत: सत्य, सर्वत: असत्य आणि नैमितिकतया सत्यासत्य.

(१) सर्वत: सत्य (Tautology)

जो सत्यताफलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानांच्या सत्य असत्यतेच्या सर्व शक्यतांमध्ये नेहमीच सत्य असतो त्या विधानाकारास सर्वत: सत्य म्हटले जाते. याचाच अर्थ सत्यता कोष्टकातील मुख्य तर्ककारकाखाली सर्व ओळी मध्ये सत्य हे सत्यता मूल्य असले पाहिजे. सर्वतः सत्य या विधानाकाराची सर्व प्रतिन्यस्त उदाहरणे सत्य असतात.

उदा. (p • ~ p) ⊃ ~ p

मागदर्शक स्तंभ	सत्यताफलनात्मक विधानाकार
p	(p • ~ p) ⊃ ~ p
T	T F F T T F T
F	F F T F T T F

वरील विधानकारातील मुख्य तर्ककारकाच्या खाली ‘T’ हे सत्यता मूल्य आले आहे. म्हणून दिलेला विधानाकार हा सर्वत: सत्य स्वरूपाचा आहे.

(२) सर्वत: असत्य (Contradiction)

“जो सत्यता फलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानाकारांच्या सत्य, असत्यतेच्या सर्व शक्यतांमध्ये नेहमीच असत्य असतो त्या विधानाकारास सर्वत: असत्य असे म्हणतात.” याचाच अर्थ सत्यता कोष्टकातील मुख्य तर्ककारक खालील सर्व ओळींमध्ये सर्व शक्यतांमध्ये असत्य हे सत्यता मूल्य आले पाहिजे. सर्वतः असत्य या विधानाकाराची सर्व प्रतिन्यस्त उदाहरणे असत्य असतात.

उदा. (p ≡ ~ p) • (~ p ⊃ p)

मागदर्शक स्तंभ	सत्यता फलनात्मक विधानाकार
P	(p ≡ ~ p) • (~ p ⊃ p)
T	T F F T F F T T T
F	F F T F F T F F F

या विधानाकारातील मुख्य तर्ककारकाखाली असत्य 'F' ही सत्यतामूल्य आली आहेत. म्हणून दिलेला विधानाकार हा सर्वत: असत्य स्वरूपाचा आहे.

(३) नैमित्तिकतया सत्य–असत्य (Contingency)

जो सत्यता फलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानांच्या सत्य–असत्यतेच्या काही शक्यतांमध्ये 'सत्य' व काही शक्यतांमध्ये 'असत्य' असतो त्या विधानाकारास नैमित्तिकतया सत्य–असत्य म्हटले जाते.

याचाच अर्थ सत्यता कोष्टकातील मुख्य तर्ककारका खालील ओळींमध्ये काही 'सत्य' मूल्ये तर काही 'असत्य' मुल्ये आलेली असतात. नैमित्तिकतया सत्य–असत्य ह्या विधानाकाराची काही प्रतिन्यस्त उदाहरणे नैमित्तिकतया सत्य–असत्य असतात.

उदा : $(p \bullet \sim p) \equiv (p \supset \sim p)$

मागदर्शक स्तंभ	सत्यताफलनात्मक विधानाकार
P	$(p \bullet \sim p) \equiv (p \supset \sim p)$
T	T **F** F T **T** T **F** F T
F	F **F** T F **F** F **T** T F

या सत्यता फलनात्मक विधानाकारातील मुख्य तर्ककारकाखाली काही 'सत्य' तर काही 'असत्य' मूल्ये आलेली असल्यामुळे हा विधानाकार नैमित्तिकतया सत्य–असत्य आहे.

सर्वत: सत्य, सर्वत: असत्य आणि नैमित्तिकतया सत्य–असत्य विधानाकारातील संबंध:

(१) सर्वत: सत्य विधानाकाराचा निषेध केला तर सर्वत: असत्य विधानाकार मिळतो.

उदा : सत्यता फलनात्मक विधानाकार –

'$(p \bullet p) \supset p$' हा सर्वत: सत्य आहे तर त्याचा निषेध $\sim [(p \bullet p) \supset p]$ हा सर्वत: असत्य आहे.

(२) जर सर्वत: असत्य विधानाकाराचा निषेध केला तर सर्वत: सत्य विधानाकार मिळतो.

उदा : '$(p \bullet \sim p)$' हा सर्वत: असत्य विधानाकार आहे तर त्याचा निषेध $\sim (p \bullet \sim p)$ हा सर्वत: सत्य विधानशकार आहे.

(३) जर नैमित्तिकतया सत्य–असत्य विधानकाराचा निषेध केला तर नैमित्तिकतया सत्य–असत्य विधानाकार मिळतो.

उदा : $(\sim p \bullet q)$ हा नैमित्तिकतया सत्यासत्य विधानाकार आहे तर त्याचा निषेध $\sim (\sim p \bullet q)$ हा देखिल नैमितिकतया सत्यासत्य विधानाकार आहे.

आता आपण सत्यता कोष्टकाच्या आधारे सत्यता फलनात्मक विधानाकाराचे स्वरूप सर्वत: सत्य, सर्वत: असत्य आणि नैमित्तिकतया सत्य–असत्य यापैकी कोणते आहे ते ठरवू.

उदा. १. $\sim [p \bullet (p \vee \sim p)] \supset (p \supset p)$

मागदर्शक स्तंभ	सत्यताफलनात्मक विधानाकार
p	$\sim [p \bullet (p \vee \sim p)] \supset (p \supset p)$
T	**F** T T T T F T **T** T **T** T
F	**T** F F F T T F **T** F **T** F

उदा. २. $(p \supset q) \vee r$

मागदर्शक स्तंभ	सत्यताफलनात्मक विधानाकार
p q r	$(p \supset q) \vee r$
T T T	T **T** T **T** **T**
T T F	T **T** T **T** **F**
T F T	T **F** F **T** **T**
T F F	T **F** F **F** **F**
F T T	F **T** T **T** **T**
F T F	F **T** T **T** **F**
F F T	F **T** F **T** **T**
F F F	F **T** F **T** **F**

उदा. ३. ~ (q ∨ p) • ~ (~ q • ~ p)

मागदर्शक स्तंभ	सत्यताफलनात्मक विधानाकार
p q	~ (q ∨ p) • ~ (~ q • ~ p)
T T	**F** T T T **F** T F T F F T
T F	**F** F T T **F T** T F F F T
F T	**F** T T F **F T** F T F T F
F F	**T** F F F **F F** T F T T F

कृती ४

वरील विधानाकार हे सर्वत: सत्य, सर्वत: असत्य किंवा नैमित्तिकतया सत्य-असत्य आहेत की नाहीत ते सकारण सांगा.

कृती ५

खालील विधानाकार सत्यता कोष्टक पद्धतीच्या सहाय्याने सर्वतः सत्य, सर्वतः असत्य की नैमित्तिकतया सत्य-असत्य आहेत ते ठरवा.

1. (~ q ⊃ ~ p) ≡ (p ⊃ q)
2. p ∨ (q • r)
3. (~p • p) ∨ p

३.३ युक्तिवादांसाठी सत्यता कोष्टक एक निर्णय पद्धती

युक्तिवाद हा विधानांचा समूह असतो. एका युक्तिवादात सरल आणि सत्यता फलनात्मक मिश्र विधाने समाविष्ट असतात.

आता आपण सत्यता कोष्टक पद्धतीचा सहाय्याने युक्तिवाद वैध आहे की अवैध याचे परीक्षण करू.

उदा.

अमिता ही बुद्धिमान व धैर्यवान आहे.

अमिता ही बुद्धिमान आहे.

अमिता ही धैर्यवान आहे.

म्हणून अमिता एक तर बुद्धिमान आहे किंवा धैर्यवान आहे. (I, C)

❖ युक्तिवादाचे चिन्हांकन

(1) I • C
(2) I
(3) C
∴ I V C

❖ आता आपण वरील सांकेतिक युक्तिवादाचे युक्तिवादाकारात रूपांतर करू.

(1) p • q
(2) p
(3) q
∴ p ∨ q

❖ आता आपण दिलेल्या युक्तिवादाकारासाठी सत्यता कोष्टक तयार करू, मार्गदर्शक स्तंभ, आधार विधाने आणि निष्कर्ष विधान यांची एका ओळीत मांडणी खालील प्रमाणे

मार्गदर्शक स्तंभ	आधार वि. १	आधार वि. २	आधार वि. ३	निष्कर्ष विधान
p q	p • q	p	q	p ∨q

❖ दिलेल्या युक्तिवादाकारासाठी मार्गदर्शक स्तंभ तयार करून खाली सत्यता मूल्य देऊया.

मार्गदर्शक स्तंभ p q	आधार वि. १ p • q	आधार वि. २ P	आधार वि. ३ q	निष्कर्ष विधान p ∨ q
T T	T T	T	T	T T
T F	T F	T	F	T F
F T	F T	F	T	F T
F F	F F	F	F	F F

❖ आधार विधाने आणि निष्कर्ष विधान यांची सत्यता मूल्ये विधानांच्या सत्यता मूल्यांच्या अटींचा वापर करुन स्वतंत्रपणे निश्चित करु.

मार्गदर्शक स्तंभ p q	आधार वि. १ p • q	आधार वि. २ P	आधार वि. ३ q	निष्कर्ष विधान p ∨ q
T T	T **T** T	**T**	**T**	T **T** T
T F	T **F** F	**T**	**F**	T **T** F
F T	F **F** T	**F**	**T**	F **T** T
F F	F **F** F	**F**	**F**	F **F** F

प्रत्येक आधार विधान व निष्कर्ष विधानातील मुख्य तर्ककारकाचे मूल्ये स्तंभमध्ये ठळकपणे दर्शवू.

❖ पुढची पायरी ही वैध युक्तिवादाची युक्तता ठरविणे ही आहे. पहिल्या प्रकरणामध्ये आपण नैगमनिक युक्तिवाद च्या संदर्भात हे अभ्यासले की, जर सर्व आधार विधाने सत्य असतील तर त्याचा निष्कर्ष देखील सत्य असतो तो असत्य असू शकत नाही.

त्याचप्रमाणे दिलेला युक्तिवाद युक्त आहे हे निश्चित करण्यासाठी सर्वप्रथम कोणत्या ओळीमध्ये आधार विधाने सत्य आहेत हे पाहिले पाहिजे. त्या सर्व ओळींमध्ये निष्कर्ष हा सत्य असेल तर तो युक्तिवादाकार वैध ठरतो. परंतु एकाही ओळीमध्ये जिथे सर्व आधार विधाने सत्य आहेत तिथे निष्कर्ष विधान असत्य असेल तर तो युक्तिवाद अवैध ठरतो.

आपणास त्याच ओळी निवडण्याची गरज आहे ज्यात आधार विधाने सत्य आहेत. प्रस्तुत उदाहरणामध्ये फक्त पहिल्या ओळीत सर्व तिन्ही आधार विधाने सत्य आहेत आणि निष्कर्ष विधान सुद्धा सत्य आहे. म्हणून तो युक्तिवादाकार वैध आहे. म्हणून प्रस्तुत उदाहरणातील जे युक्तिवादाकाराचे प्रतिन्यस्त उदाहरण सुद्धा वैध आहे.

आता आपण काही युक्तिवादांची वैधता ठरवू :

१ स्थूल अर्थशास्त्र आणि सुक्ष्म अर्थशास्त्र या अर्थशास्त्राच्या दोन उपशाखा आहेत.

स्थूल अर्थशास्त्र ही अर्थशास्त्राची उपशाखा आहे.

म्हणून सुक्ष्म अर्थशास्त्र ही अर्थशास्त्राची उपशाखा नाही. (M, I)

❖ युक्तिवादाचे चिन्हांकन :

(1) M • I

(2) M

(3) ~ I

❖ युक्तिवादाकार :

(1) p • q

(2) p

∴ ~ q

मार्गदर्शक स्तंभ	आधार वि. १	आधार वि. २	निष्कर्ष विधान
p q	p • q	P	~ q
T T	T T T	T	F T
T F	T F F	T	T F
F T	F F T	F	F T
F F	F F F	F	T F

पहिल्या क्र. च्या ओळीतील सर्व आधार विधाने केवळ सत्य आहेत पण निष्कर्ष असत्य आहे. दिलेला युक्तिवादाकाराचे प्रतिन्यस्त उदाहरण आहे म्हणून युक्तिवाद अवैध आहे.

(२) एकतर नैनिताल शहर आहे किंवा ते थंड हवेचे ठिकाण आहे.

नैनिताल शहर नाही.

∴ थंड हवेचे ठिकाण आहे.(C, H)

❖ युक्तिवादाचे चिन्हांकन

(1) C ∨ H

(2) ~ C

∴ H

❖ युक्तिवादाकार

(1) p ∨ q

(2) ~ p

∴ q

मार्गदर्शक स्तंभ	आधार वि. १	आधार वि. २	निष्कर्ष विधान
p q	p ∨ q	~ P	q
T T	T T T	F T	T
T F	T T F	F T	F
F T	F T T	T F	T
F F	F F F	T F	F

फक्त तिसऱ्या ओळीतील सर्व आधार विधाने सत्य आहेत ज्यामधील निष्कर्ष देखील सत्य आहे. म्हणून युक्तिवादाकार वैध आहे. दिलेला युक्तिवाद हा युक्तिवादाकाराचे सर्व प्रतिन्यस्त उदाहरण आहे म्हणून वरील युक्तिवाद वैध आहे.

(३) जर मोबाईलगेम व्यक्तिमत्व विकासासाठी किंवा ज्ञान प्राप्त करण्यासाठी उपयुक्त आहे तर ते नोकरी मिळविण्यासाठी उपयुक्त आहे.

– मोबाईलगेम व्यक्तिमत्त्व विकास करत नाही आणि ज्ञान मिळविण्यासाठी मदत करत नाही.

म्हणून मोबाईलगेम नोकरी मिळविण्यासाठी उपयोगाचे नाही. (P, K, J)

❖ युक्तिवादाचे चिन्हांकन

(1) (P ∨ K) ⊃ J

(2) ~ P • ~ K

∴ ~ J

❖ युक्तिवादाकार

(1) (p ∨ q) ⊃ r

(2) p • ~ q

∴ ~ r

मार्गदर्शक स्तंभ p q r	आधार वि. १ (p ∨ q) ⊃ r	आधार वि. २ ~ p • ~ q	निष्कर्ष विधान ~ r
T T T	T T T **T** T	F T **F** F T	**F** T
T T F	T T T **F** F	F T **F** F T	**T** F
T F T	T T F **T** T	F T **F** T F	**F** T
T F F	T T F **T** F	F T **F** T F	**T** F
F T T	F T T **T** T	T F **F** F T	**F** T
F T F	F T T **F** F	T F **F** F T	**T** F
F F T	F F F **T** T	T F **T** T F	**F** T
F F F	F F F **T** F	T F **T** T F	**T** F

कोष्टकाच्या सातव्या व आठव्या ओळीतील आधार विधाने सत्य आहेत तसेच निष्कर्षाच्या आठव्या ओळीतील मूल्ये ही सत्य आहे परंतु निष्कर्षाच्या सातव्या ओळीतील निष्कर्ष हा असत्य आहे. म्हणून दिलेला युक्तिवादाकार हा अवैध आहे. दिलेला युक्तिवाद हा अवैध आहे. म्हणून दिलेल्या युक्तिवादाचे प्रतिन्यस्त उदाहरण देखील अवैध आहे.

(४) डॉ. कृष्णन हे शिक्षक आणि तत्वज्ञ होते.

जर कृष्णन हे राजकारणी नाहीत. मग ते तत्त्वज्ञही नाहीत.

∴ डॉ. कृष्णन हे राजकारणी नाहीत. (T, P, O)

❖ युक्तिवादाचे चिन्हांकन –

(1) T • P

(2) ~ O ⊃ ~ P

∴ ~ O

❖ युक्तिवादाकार

(1) p • q

(2) ~ r ⊃ ~ q

∴ ~ r

मार्गदर्शक स्तंभ p q r	आधार वि – १ p • q	आधार वि – २ ~ r ⊃ ~ q	निष्कर्ष विभाग ~ r
T T T	T **T** T	F T **T** F T	**F** T
T T F	T **T** T	T F **F** F T	**T** F
T F T	T **F** F	F T **T** T F	**F** T
T F F	T **F** F	T F **T** T F	**T** F
F T T	F **F** T	F T **T** F T	**F** T
F T F	F **F** T	T F **F** FT	**T** F
F F T	F **F** F	F T **T** T F	**F** T
F F F	F **F** F	T F **T** T F	**T** F

पहिल्या ओळीतील सर्व आधार विधाने सत्य आहेत आणि निष्कर्ष असत्य आहे. म्हणून दिलेला युक्तिवादाकार अवैध आहे. दिलेला युक्तिवाद हा वरील युक्तिवादाचे प्रतिन्यस्त उदाहरण आहे म्हणून वरील युक्तिवाद हा अवैध आहे.

कृति ६

सत्यता कोष्टक पद्धतीच्या आधारे खालील युक्तिवाद वैध आहेत की अवैध ते ठरवा.

(१) जर परीक्षा वेळेवर घेतल्या गेल्या तर निकालाला उशीर होणार नाही.
परीक्षा वेळेवर झाल्या नाहीत हे सत्य नाही.
म्हणून निकालाला उशीर होणार नाही. (E, R)

(२) जर कामगार संपावर गेले तर उत्पादन मंदावेल.
एकतर कामगार संपावर जाणार नाहीत किंवा उत्पादन मंदावणार नाही,
उत्पादन मंदावणार नाही.
म्हणून कामगार संपावर जाणार नाहीत. (W, P)

(३) जर हितेक्षा ने भरपुर अभ्यास केला तर तिची आई आनंदित होईल, आणि ती खेळात भाग घेईल तर तिच्या मैत्रिणी आनंदीत होतील.
एक तर ती खूप अभ्यास करेल किंवा ती खेळात भाग घेईल.
म्हणून एकतर तिची आई आनंदित होईल किंवा तिच्या मैत्रिणी आनंदित होणार नाहीत. (S, M, G, F)

३.४ सत्यता कोष्टक : एक निर्णय पद्धती.

सत्यता कोष्टक पद्धती ही एक अशी परिणामकारक पद्धती आहे की जिच्या सहाय्याने एखादा विधानाकार सर्वत: सत्य, सर्वत: असत्य किंवा नैमित्तिकतया सत्य-असत्य यापैकी कोणता आहे हे ठरविता येते आणि एखादा युक्तिवाद वैध आहे की अवैध ते ठरविता येते.

सत्यता कोष्टक पद्धती ही परिणामकारक निर्णय पद्धतीच्या सर्व अटींची पूर्तता करते जसे विश्वासार्ह, यांत्रिक आणि समर्याद. सत्यता कोष्टक पद्धती **विश्वासार्ह** आहे. ती नेहमी अचूक उत्तर मिळवून देते. विधानाचे मूलभूत सत्यता मूल्य, मार्गदर्शक स्तंभासाठी दिलेले निर्देश आणि सत्यता मूल्यांच्या ओळींचा क्रम इत्यादी बाबींचे पालन केल्यास ही पद्धती अयशस्वी होत नाही.

सत्यता कोष्टक पद्धती ही **यांत्रिक** आहे. ती टप्प्याटप्प्याने यांत्रिकपणे करता येते त्यासाठी कुशाग्र बुद्धिमत्ता वा तरल कल्पनाशक्ती किंवा अमूर्त तत्त्वांची गरज उत्तर तयार करण्यासाठी नसते.

सत्यता कोष्टक पद्धती ही **अमर्याद** आहे. ती मर्यादित पायऱ्यांमध्ये मांडली जाते. ज्यातून शेवटच्या पायरीद्वारे उत्तर मिळते.

सारांश

- एखादा सदस्य एखाद्या वर्गात समाविष्ट होतो की नाही हे ठरविण्याची पद्धती म्हणजे निर्णय पद्धती होय.
- सत्यता कोष्टक ही सत्यता फलनात्मक विधानांचे मूल्ये ठरविण्यासाठी तक्यात केलेली मांडणी होय.
- सत्यता कोष्टक पद्धती ही निर्णय पद्धती आहे ज्याच्या सहायाने एखाद्या विधानाकार सर्वतः सत्य, सर्वतः असत्य, नैमित्तिकतया सत्य-असत्य यापैकी कोणता आहे हे ठरविता येते.
- सत्यता कोष्टक युक्तिवादाची वैधता व अवैधता तपासते.
- सत्यता कोष्टक पद्धती ही परिणामकारक पद्धती आहे जी विश्वासार्ह, यांत्रिक आणि टप्प्याटप्प्यांची प्रक्रिया आहे.

स्वाध्याय

प्र. १.कंसात दिलेले योग्य पर्याय निवडून रिकाम्या जागा भरा.

(१) ………… हा सत्यता फलनात्मक विधानांना सत्यता मूल्य देण्याचा सारणीबद्ध मार्ग आहे. (सत्यता कोष्टक, सत्यता वृक्ष)

(२) सर्वतः सत्य हा असा सत्यता फलनात्मक विधानाकार आहे की जो त्याच्या घटक विधानांच्या सर्व शक्यतांमध्ये ………… असतो.
(सत्य, असत्य)

(३) सर्वतः असत्य हा असा सत्यता फलनात्मक विभानाकार आहे की जो त्याच्या घटक विधानांच्या सर्व शक्यतांमध्ये ………… असतो.

(सत्य, असत्य)

(४) ………… हा असा सत्यता फलनात्मक विधानाकार आहे कि जो त्याच्या घटक विधानांच्या सत्य - असत्यतेच्या काही सत्य व काही शक्यतांमध्ये असत्य असतो.

(सर्वतः असत्य, नैमित्तिकतया सत्य-असत्य)

(५) सर्वतः सत्य विधानाचा निषेध केल्यास ………… विधान मिळते.

(नैमित्तिकतया सत्य-असत्य, सर्वतः असत्य)

(६) सर्वतः असत्य विधानाचा निषेध केल्यास ………… विधान मिळते. (सर्वतः सत्य, नैमित्तिकतया सत्य-असत्य)

(७) नैमित्तिकतया सत्य-असत्य विधानाचा निषेध केल्यास ………… विधान मिळते. (सर्वतः सत्य, नैमित्तिकतया सत्यासत्य)

(८) $p \lor \sim p$ हे ………… आहे.

(सर्वतः सत्य, सर्वतः असत्य)

(९) $\sim (p \bullet \sim p)$ हे ………… आहे. (सर्वतः सत्य, नैमित्तिकतया सत्य-असत्य)

(१०) $p \bullet \sim p$ हे ………… आहे. (नैमित्तिकतया सत्य-असत्य, सर्वतः असत्य)

(११) सत्यता कोष्टक पद्धती ही युक्तिवादाची ………… सिद्ध करण्यासाठी वापरली जाते. (वैधता, विश्वासार्हता)

(१२) $\sim (p \lor \sim p)$ हे ………… आहे. (सर्वतः सत्य, सर्वतः असत्य)

(१३) $p \lor q$ हे ………… आहे. (नैमित्तिकतया सत्य-असत्य, सर्वतः असत्य)

प्र.२. खालील विधाने सत्य आहेत की असत्य ते ठरवा.

(१) निर्णय पद्धती अनेक आहेत.

(२) सत्यता कोष्टक पद्धती एक प्रभावी निर्णय पद्धती आहे.

(३) सत्यता कोष्टक पद्धती ही यांत्रिक आहे.

(४) जो सत्यता फलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानांच्या सत्य, असत्यतेच्या सर्व शक्यतांमध्ये नेहमीच सत्य असतो त्यास सर्वतः असत्य म्हटले जाते.

(५) जो सत्यता फलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानांच्या सत्य – असत्यतेच्या काही शक्यतांमध्ये सत्य व काही शक्यतांमध्ये असत्य असतो त्यास नैमित्तिकतया सत्यासत्य असे म्हणतात.

(६) जो सत्यता फलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानांच्या सत्य – असत्यतेच्या सर्व शक्यतांमध्ये सत्य असतो त्यास सर्वतः सत्य म्हटले जाते.

(७) सत्यता कोष्टक पद्धतीसाठी बुद्धिमत्तेची गरज आहे.

(८) सत्यता कोष्टक पद्धतीत मार्गदर्शक स्तंभ डाव्या बाजूला लिहिला जातो.

(९) विधानाकारामध्ये विधानिय चरे असतात.

१०) सत्यता कोष्टक पद्धतीचा वापर युक्तीवादाची वैधता तपासण्यासाठी होऊ शकतो.

प्र. ३.जोड्या जुळवा :

	'अ' गट		'ब' गट
१)	सर्वत: सत्य	अ)	नेहमी असत्य
२)	निर्णय पद्धती	ब)	काही वेळा सत्य आणि काही वेळा असत्य
३)	सर्वत: असत्य	क)	सत्यता कोष्टक
४)	नैमित्तिकतया सत्यासत्य	ड)	नेहमी सत्य

प्र. ४.खालील विधानांसाठी तर्कशास्त्रीय संज्ञा लिहा.

१. एखादा सदस्य एखाद्या विशिष्ट वर्गात समाविष्ट होतो की नाही हे ठरविणारी पद्धती.

२. तर्ककारके असणाऱ्या सत्यता फलनात्मक विधानांचे सत्यता मूल्ये ठरविण्याचा सारणीबद्ध मार्ग.

३. विधानाकार अथवा युक्तिवादाकारातील सर्व विधान चरांच्या सत्यता मूल्यांच्या शक्यता दर्शविणारा स्तंभ.

४. जो सत्यता फलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानाकाराच्या सत्य असत्यतेच्या सर्व शक्यतांमध्ये नेहमीच सत्य असतो.

५. जो सत्यता फलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानाकाराच्या सत्य, असत्यतेच्या सर्व शक्यतांमध्ये नेहमीच असत्य असतो.

६. जो सत्यता फलनात्मक विधानाकार त्याच्या घटक विधानाकाराच्या सत्य असत्यतेच्या काही सत्य व काही शक्यतांमध्ये असत्य असतो.

प्र. ५.कारणे द्या.

१. सत्यता कोष्टक ही परिणामकारक निर्णय पद्धती आहे.

२. सर्वतः सत्य विधानाचा निषेध केल्यास सर्वतः असत्य विधान मिळते.

३. सर्वतः असत्य विधानाचा निषेध केल्यास सर्वतः सत्य विधान मिळते.

४. नैमित्तिकतया सत्य-असत्य विधानाचा निषेध केल्यास नैमित्तिकतया सत्य-असत्य विधान मिळते.

प्र. ६.खालील संकल्पना स्पष्ट करा.

१. निर्णय पद्धती

२. सर्वत: सत्य

३. सर्वत: असत्य

४. नैमित्तिकतया सत्य-असत्य

५. सत्यता कोष्टक पदधती एक परिणामकारक निर्णय पद्धती.

प्र. ७. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

१. निर्णय पद्धती म्हणजे काय? परिणाम कारक निर्णय पद्धतीच्या अटी कोणत्या?

२. विधानाकार आणि युक्तिवादाकारातील फरक लिहा.

३. सत्यता कोष्टक म्हणजे काय? तो कसा तयार करावा ?

४. सर्वतः सत्य आणि सर्वतः असत्य यातील फरक.

५. सत्यता कोष्टकात ओळींची संख्या कशी निश्चित करावी.

६. सर्वतः असत्य आणि नैमित्तिकतया सत्य-असत्या यातील फरक.

७. सत्यता कोष्टक पद्धतीला यांत्रिक का म्हणावे?

८. सर्वतः सत्य आणि नैमित्तिकतया सत्यासत्य यातील फरक.

प्र. ८. सत्यता कोष्टकाच्या आधारे खालील विधानाकार सर्वतः सत्य, सर्वतः असत्य किंवा नैमित्तिक आहेत ते ठरवा.

१. $p \bullet \sim p$

२. $p \supset (q \supset p)$

३. $p \vee (r \bullet p)$

४. $(r \vee q) \equiv r$

५. $(\sim t \bullet q) \supset (q \supset t)$

६. $(p \supset \sim p) \bullet (\sim p \supset q)$

७. $p \supset (p \vee r)$

८. $\sim q \supset (q \bullet q)$

९. $(t \supset t) \bullet (t \supset \sim t)$

१०. $[(p \supset s) \bullet p] \supset s$

११. $[q \vee (p \bullet \sim q)] \equiv [\sim p \bullet (q \vee p)]$

१२. $(p \supset t) \bullet \sim (\sim p \vee p)$

१३. $(\sim p \bullet p) \supset [(s \vee \sim p) \bullet (\sim s \vee \sim p)]$

१४. $(p \bullet p) \vee \sim p$

१५. $\sim \{ \sim p \supset [(p \bullet q) \vee p] \}$

१६. $\sim (p \vee q) \bullet \sim (\sim p \bullet \sim q)$

१७. $[(p \bullet (q \bullet r)] \equiv [(p \bullet q) \bullet r]$

१८. $[(p \vee q) \bullet \sim p] \supset q$

१९. $(t \equiv \sim q) \supset (\sim q \supset t)$

२०. $[p \supset (r \bullet q)] \equiv [(p \supset q) \bullet (p \supset r)]$

प्र. ९. सत्यता कोष्टकाच्या सहाय्याने खालील युक्तिवादांची वैधता तपासा.

(१) $\sim M \supset N$
$\sim N$
$\therefore M \bullet N$

(२) $(P \vee Q) \bullet p$
$\therefore P$

(३) $P \supset (Q \bullet R)$
$\sim Q \vee \sim R$
$\therefore \sim P$

(४) $Q \supset p$
$\sim P$
$\therefore Q$

(५) $(P \bullet Q) \supset R$
$\sim R$
$\therefore Q$

(६) $(\sim P \vee Q) \supset P$
$P \supset R$
$\therefore (P \supset Q) \supset R$

(७) $\sim Q \vee P$
$\therefore P \supset Q$

(८) $(P \equiv Q) \supset R$

R

$\therefore \sim P \vee Q$

(९) $\sim Q \equiv S$

$P \equiv Q$

$\therefore Q \vee \sim P$

(१०) $\sim (A \bullet B)$

$\sim B$

$\therefore A$

(११) $J \vee K$

$\sim J$

$\therefore \sim K$

(१२) $M \supset \sim B$

$\sim B \vee M$

$\therefore B \bullet M$

(१३) $\sim E \bullet M$

$\sim (M \equiv E)$

$\therefore \sim M$

(१४) $C \supset F$

$\sim F \bullet C$

$\therefore \sim C$

(१५) $G \equiv W$

$\sim W$

$\sim G$

$\therefore W \supset G$

प्र. १०.खालील युक्तिवादांची वैधता तपासा.

१. एक तर जर्मन शिस्तप्रिय असतात किंवा प्रगतिशील. जर्मन शिस्तप्रिय आहेत. म्हणून ते प्रगतिशील नाहीत. (D, P)

२. नितीन शंकर हे नाद (लय) निर्माण करतात. म्हणून हे असत्य आहे की नितिन शंकर हे लय (नाद) निर्माण करतात आणि गायक आहेत. (R, S)

३. जर पिकासो हे ईटालियन कलाकार नाहीत. पण अन्वेषक आहेत. पिकासो हे अन्वेषक नाहीत. म्हणून पिकासो हे एकतर ईटालियन कलाकार आहेत किंवा नर्तक. (A, E, D)

४. असे प्रकरण नाही की कालांश हे गंभीर आणि विनोदी आहेत. कालांश हे विनोदी आहेत. म्हणून ते गंभीर नाहीत. (S, H)

५. असे नाही की स्पर्श ने जर गणिताची निवड केली तर तो इतिहास स्विकारणार नाही. स्पर्श ने इतिहास निवडला नाही. म्हणून तो गणित निवडेल परंतु इतिहास निवडणार नाही. (M, H)

६. दुर्वांश हॉलीबॉल खेळतो. म्हणून दुर्वांश हॉलीबॉल खेळेल पण फुटबॉल नाही. (V, F)

७. जर माणूस जास्त जेवत राहिला, (खात राहिला) तर एकतर मधुमेह वाढेल किंवा हृदयरोग निर्माण होईल. काही माणसांना मधुमेह आणि हृदयरोग दोन्ही असतो. म्हणून काही माणसे जास्त खातात. (जेवतात) (O, D, H)

८. जर झोयकडे प्रबळ इच्छाशक्ति असेल तर ती अनेक गोष्टी मिळविल. 'झोय' कडे प्रबळ इच्छाशक्ति आहे. म्हणून ती अनेक गोष्टी मिळविल.

९. रिद्धी एक तर टॅक्सी घेइल किंवा बस. जर तिने टॅक्सी घेतली, तर ती वेळेवर येईल. ती वेळेवर आली नाही. म्हणून रिद्धीने बस घेतली असेल. (T, B, M)

१०. जर कुटुंब नियोजन कार्यक्रम प्रभावी झाला तर लोकसंख्या वाढ नियंत्रणात येईल. कुटुंब नियोजन कार्यक्रम प्रभावी झाला नाही. म्हणून लोकसंख्यावाढ नियंत्रणात नाही. (F, P)

११. जर हेत हा फलंदाज असेल, तर स्मित हा गोलंदाज असेल. स्मित हा गोलंदाज नाही. म्हणून हेत हा फलंदाज आहे. (B, O)

१२. एकतर पुस्तके आवडीची असतात किंवा माहिती देणारी जर पुस्तके माहिती देणारी असतील तर ती ज्ञान वाढवितात. म्हणून, जर पुस्तके आवडीची नसतील तर ती एखाद्याचे ज्ञान वाढवतील.

(I, F, K)

१३. एकतर भाग्य किंवा धैर्य यशस्वितेसाठी आवश्यक असते. त्याच्याकडे धैर्य नाही. म्हणून त्याच्याकडे भाग्य आहे. (L, C)

१४. जर पाउस पडला तर चांगली पिके येतील. चांगली पिके आलेली आहेत. म्हणून पाउस पडलेला असेल. (R, C)

१५. जर 'मन' सरकारी नोकर असेल, तर तो जनसेवक समजला जातो. 'मन' हा सरकारी नोकर नाही. म्हणून तो जनसेवक नाही. (G, P)

१६. जर श्रुतीचे भाऊ तिची कामे करतील तर आणि तरच श्रुती भावांवर प्रेम करेल. जर विनायक आणि वैभव श्रुतीचे भाऊ आहेत तर ते तिची कामे करतात. म्हणून श्रुती तिच्या भावांवर प्रेम करते.

(S, W, K, B)

प्र. ११. खालील कोष्टक पूर्ण करा.

डावीकडील घटक	उजवीकडील घटक	संधी •	विकल्प ∨	व्यंजन अश्वनाल ⊃	सममुल्य ≡
T	T				T
T	F	F			
F	T		T		
F	F			T	

❖ ❖ ❖